

## یک الگوریتم ترکیبی اصلاحی مورچگان برای حل مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز ظرفیت‌دار

مجید یوسفی خوشبخت<sup>۱\*</sup>، اعظم دولت‌نژاد ثمرین<sup>۲</sup>، اسماعیل خرم<sup>۳</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۱۲/۲۲	مساله مسیریابی وسیله نقلیه شامل مسیریابی برای یک ناوگان وسیله نقلیه به‌منظور سرویس‌دهی به تعدادی مشتری با هدف کمینه‌سازی فاصله‌های پیموده شده توسط همه وسایل نقلیه است. در این مساله، وسایل نقلیه باید بعد از انجام کامل خدمات به انبار کالا بازگردند. مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز (OVRP) با اکثر نسخه‌های مسائل مسیریابی وسیله نقلیه در ادبیات موضوع متفاوت است و در آن وسایل نقلیه بعد از انجام خدمات به انبار کالا بازمی‌گردند. محدودیت‌های مورد ملاحظه در این مساله به شرح زیر می‌باشند. همه وسایل نقلیه دارای ظرفیت یکسانی هستند. زمان مسافرت هر وسیله نقلیه نباید از یک مقدار آستانه، که به‌وسیله مقدار زمان مسافرت قانونی هر راننده تعیین می‌شود، تجاوز کند. تقاضاهای کلی همه مشتری‌ها در یک مسیر نباید از ظرفیت وسیله نقلیه بیشتر باشد. هر مشتری فقط یک‌بار باید توسط یک وسیله نقلیه مورد ملاقات قرار گیرد و تقاضای آن برطرف شود. الگوریتم جمعیت مورچگان (ACS) یکی از مشهورترین روش‌های فراابتکاری است که در قانون انتقال و به‌روزرسانی فرمون با سایر نسخه‌های الگوریتم مورچگان (ACO) تفاوت دارد. بر اساس معایب موجود در الگوریتم ACS برای حل مساله OVRP، دو اصلاح مؤثر شامل اطلاعات ابتکاری و قانون انتقال در این مقاله پیشنهاد می‌گردد. بعلاوه برای بهبود جواب‌های به‌دست‌آمده به‌وسیله مورچه‌ها، الگوریتم پیشنهادی با روش جستجوی محلی لین-کرنیگان ترکیب می‌شود. نتایج روی ۱۶ مثال استاندارد، کارایی روش پیشنهادی را در به دست آوردن جواب‌های باکیفیت نسبت به بهترین روش‌های فراابتکاری نشان می‌دهد.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۲/۱۹	
<b>واژگان کلیدی:</b> الگوریتم جمعیت مورچگان، الگوریتم لین-کرنیگان، اطلاعات ابتکاری، قانون انتقال، مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز.	

### ۱- مقدمه

است که دسته‌بندی آن‌ها و بیان حالت‌های مختلفی که در آن رخ می‌دهد، بسیار مشکل و زمان‌گیر است [۱]. از زمانی که حالت ساده این مساله در دهه ۶۰ مورد بررسی قرار گرفت، حالت‌های بسیاری از آن بر اساس کاربرد متفاوتی که در دنیای واقعی داشتند، از آن جدا شدند. به‌طوری‌که

مساله مسیریابی وسیله نقلیه (VRP) یکی از مهم‌ترین دسته از مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی است که به علت گسترش‌های فراوان در مسائل روزمره، امروزه بسیار مورد توجه قرار می‌گیرد. تنوع این گونه از مسائل آن قدر زیاد

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: khoshtakht@iauh.ac.ir

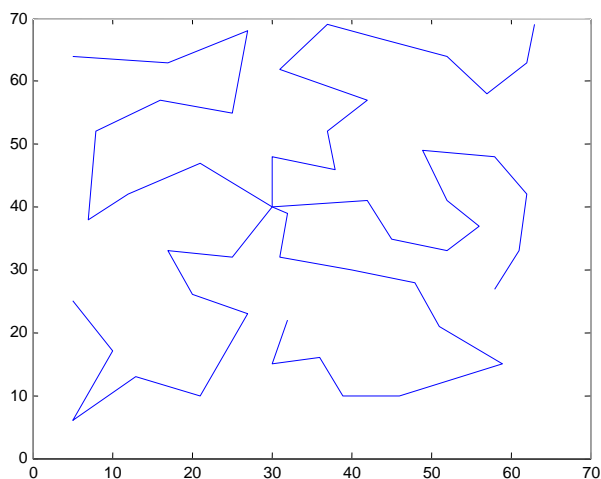
۱. استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد همدان، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، همدان، ایران  
۲. مربی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، تهران، ایران  
۳. دانشیار، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

به علت اینکه توزیع کالا مبلغ قابل توجهی از هزینه تولید را در برمی‌گیرد و صرفه‌جویی در آن به‌طور مستقیم بر روی هزینه کالای مربوطه تأثیر دارد، بنابراین بهبود کارایی در حمل‌ونقل کالاها باعث صرفه‌جویی در قیمت تمام‌شده می‌شود و سبب می‌گردد شرکت‌های صنعتی و خدماتی قابلیت بیشتری برای رقابت در برابر رقبای خود داشته باشند و بتوانند باقیمت کمتری کالای خود را به دست خریداران برسانند و درنهایت با افزایش فروش کالاهای خود، سود بیشتری را کسب کنند.

الگوریتم ACS یکی از کاراترین نسخه‌های الگوریتم مورچگان است که تاکنون بر روی مسائل گوناگون تحقیق در عملیات مورد استفاده قرار گرفته است و نتایج بسیار خوبی را به دست آورده است. از طرف دیگر به علت وجود پارامترهای زیاد این الگوریتم، برای هر مساله باید تحلیل پارامتر مناسبی صورت پذیرد تا الگوریتم از قابلیت کافی برای حل مساله برخوردار شود. همچنین به علت ساختار پیچیده‌ای که مساله OVRP دارد تاکنون تعداد کمی از کاربرد الگوریتم مورچگان بر روی این مساله انجام شده است. بعلاوه با توجه به قابلیت خوبی که الگوریتم ACS بر روی سایر مسائل مسیریابی و به‌خصوص نسخه‌های VRP دارد، در این مقاله یک روش بهبودیافته ACS ترکیب شده با الگوریتم جستجوی محلی لین-کرنیگان برای حل مساله OVRP ارائه می‌گردد که در بخش‌های آینده با جزئیات کافی به آن پرداخته می‌شود.

در این مقاله ابتدا تاریخچه OVRP در بخش ۲ ارائه می‌گردد. سپس در بخش ۳ به توضیح روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. در این بخش ابتدا الگوریتم جمعیت مورچگان توضیح داده می‌شود و سپس روش اصلاح شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش ۴ تجزیه و تحلیل پارامترهای الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌گردد. نتایج محاسباتی که بر روی مثال‌های استاندارد اجرا شده است در بخش ۵ مورد بررسی قرار می‌گیرد و در انتها نتیجه‌گیری و جهت‌گیری‌های آینده در بخش ۶ ارائه می‌گردد.

اکنون شاخه‌های زیادی مانند نوع کلاسیک [۲]، باز [۳]، دریافت و تحویل هم‌زمان [۴]، ناوگان ناهمگن باز [۵] و غیره وجود دارند. مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز یکی از گسترش‌های مهم این مساله است که در سال‌های اخیر، روش‌های گوناگونی برای آن ارائه شده است. در این مساله ناوگانی از وسایل نقلیه از یک نقطه به نام انبار کالا شروع به حرکت کرده و به تعدادی از مشتری‌ها سرویس‌دهی می‌کنند به شرط آنکه هر مشتری فقط یک‌بار مورد ملاقات قرار گیرد و وسیله نقلیه در هیچ زمانی بیشتر از ظرفیت خود بارگذاری نکند. باید توجه کرد که در مساله OVRP برخلاف مساله VRP لازم نیست که وسایل نقلیه بعد از انجام وظایف خود به انبار کالا بازگردند [۵]. در شکل ۱ نمونه‌ای از حل این مساله با ۵ وسیله نقلیه و ۴۸ مشتری نشان داده شده است.



شکل ۱. مثالی از حل یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز

مساله OVRP در مسائل واقعی زیادی اتفاق می‌افتد. به‌طور مثال فرض کنید که یک شرکت تولیدی یا نمایندگی برای امور پخش کالای خود با یک شرکت حمل‌ونقل قراردادی بسته است که طبق آن یک ناوگان از وسایل نقلیه هرروز وظیفه‌دارند که به انبار شرکت مراجعه کنند و کالای مربوطه را بارگذاری کرده و آن‌ها را به مشتری‌ها تحویل دهند. در اینجا باید توجه داشت که ناوگان مربوطه فقط وظیفه دارد که مأموریت محوله را انجام داده و دیگر احتیاج نیست که بعد از اتمام عملیات به انبار کالا بازگردد.

## ۲- تاریخچه مساله

مساله مسیریابی وسیله نقلیه که یکی از مهم‌ترین مسائل در بهینه‌سازی ترکیباتی است، در چندین دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار می‌گیرد. یکی از قدیمی‌ترین کارهایی که در این مورد انجام شد و سعی کرده است این مساله عملی را مورد طبقه‌بندی قرار دهد، به‌وسیله اسچارج در سال ۱۹۸۱ انجام شد [۶]. او این مساله را به‌صورت زیر تعریف می‌کند: "یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه بر اساس سه مشخصه زیر مورد شناسایی قرار گیرد: ظرفیت، هزینه و آیا اینکه این مساله VRP یا یک مساله OVRP است. در یک مساله مسیریابی بسته وسایل نقلیه مجبور هستند که بعد از انجام خدمات به انبار برگردند ولی این شرط برای مسائل مسیریابی باز برقرار نیست و وسایل نقلیه دیگر به انبار بازمی‌گردند". بنابراین تعریف شرط اینکه مساله VRP یک مساله باز یا بسته است، بسیار مهم تلقی می‌شود.

به علت کاربردهای گسترده و پیچیدگی زیاد، چه از نظر مدل بندی و چه از نظر نتایج محاسباتی، این مساله در چندین دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است و اگرچه الگوریتم‌های حل این مساله همانند مسائل دیگر بهینه‌سازی ترکیباتی به دودسته دقیق و ابتکاری تقسیم‌بندی می‌شود، ولی سخت بودن این مساله سبب گردیده است که الگوریتم‌های دقیق کارایی خود را برای حل این‌گونه از مسائل در اندازه‌های بزرگ و واقعی از دست بدهند، زیرا هر چه که به اندازه مساله افزوده می‌شود، تعداد جواب‌های شدنی مساله نیز به‌سرعت افزایش می‌یابد و الگوریتم برای یافتن جواب بهین به زمان غیرقابل قبولی نیاز دارد. بنابراین دانشمندان برای حل این‌گونه از مسائل، تلاش‌های خود را بر روی الگوریتم‌های ابتکاری معطوف داشته تا بدین ترتیب بتوانند علیرغم به دست نیاموردن جواب بهین مساله با احتمال بالا، جواب نزدیک به بهین را در یک‌زمان قابل قبول به دست آورند. برای مثال می‌توان به روش‌های زیر اشاره کرد که در بین روش‌های ابتکاری

موجود، به‌طور موفقیت‌آمیز برای حل این مساله بکار گرفته شده‌اند.

بودین و همکارانش [۷] از اولین کسانی بودند که مساله OVRP را در زندگی روزمره تطبیق داده و آن‌ها برای حل مساله توزیع پستی هوایی با چندین محدودیت مانند پنجره زمانی دریافت و تحویل کالا، طول کل مسیر پیموده شده توسط هر وسیله نقلیه و ظرفیت هر وسیله نقلیه مورد استفاده قرار دادند. آن‌ها برای حل این مساله از روش مشهور صرفه‌جو استفاده کرده و مساله را چه در حالتی که هر گره فقط دریافت‌کننده و یا فقط تحویل‌دهنده باشد، حل کردند.

همچنین ساریکلس و پاول [۸] برای مساله OVRP در صورتی که فقط دارای محدودیت ظرفیت وسیله نقلیه باشد، یک روش دوفازی ابتکاری پیشنهاد دادند. آن‌ها برای حل مساله ابتدا از گروه‌بندی گره‌ها استفاده کردند و سپس به مسیریابی پرداختند. در الگوریتم پیشنهادشده، در فاز اول ابتدا گروه‌بندی گره‌ها بر اساس میزان درخواست گره‌ها انجام شد و سپس این گروه‌بندی به‌وسیله جابجایی گره‌ها بهبود می‌یافت. همچنین در فاز دوم مسیرهای به‌دست‌آمده به‌وسیله روش مینیمم پیمایش درخت مورد حل قرار می‌گرفت.

بعلاوه تاراتیلوس و همکارانش [۹] روشی دیگر برای حل همین مساله ارائه دادند. روش آن‌ها یک روش ابتکاری جمعیت‌محور<sup>۱</sup> بود که در سال ۲۰۰۴ ارائه شد. در سال ۲۰۰۵ همین افراد مساله را با جزئیات بیشتر مورد بررسی قرار داده و روش نقطه شروع قابل قبول<sup>۲</sup> را برای مساله پیشنهاد دادند [۱۰]. روش جستجوی ممنوع که یکی از قدیمی‌ترین روش‌های فراابتکاری بوده و دارای راهکارهای بسیار خوبی برای فرار از نقاط بهینه محلی است در سال‌های ۲۰۰۴ و ۲۰۰۶ به ترتیب به‌وسیله برانداو [۱۱] و فو و همکارانش [۱۲] برای حل این مساله، به همراه محدودیت طول مسیر برای هر وسیله نقلیه، ارائه شد. همچنین پیسینگر و راپک از یک روش جستجوی همسایه تطابقی

<sup>2</sup> Threshod-accepting

<sup>1</sup> Population-based

روش‌های ارائه شده برای این مساله محدود به الگوریتم‌های ذکر شده نمی‌باشد اما می‌توان برای آگاهی بیشتر به موارد [۲۳-۲۵] مراجعه کرد.

### ۳- روش پیشنهادی

با مقایسه نتایج الگوریتم‌های مختلف فراابتکاری برای حل OVRP می‌توان مشاهده کرد که اگرچه الگوریتم مورچگان یکی از بهترین الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی محسوب می‌شود و امروزه در بسیاری از این‌گونه مسائل توانسته است که به موفقیت‌های زیادی نائل شود اما متأسفانه در این مساله تاکنون نتوانسته است که جواب‌های قابل‌رقابتی را به دست آورد [۱۶]. به همین علت در این بخش سعی شده است که ابتدا الگوریتم جمعیت مورچگان مورد بررسی قرار گیرد و سپس اصلاح پیشنهادی ارائه گردد.

#### ۳-۱- روش جمعیت الگوریتم مورچگان

الگوریتم مورچگان از زمان پیدایش تاکنون اصلاحات زیادی را برای افزایش کارایی پذیرفته است که یکی از مهم‌ترین این اصلاحات منجر به کشف روش بهینه‌سازی جمعیت سیستم مورچگان<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۷ توسط دوریگو و همکارانش شد [۲۶]، این روش نسبت به نسخه‌های پیشین الگوریتم مورچگان، مانند سیستم مورچگان<sup>۲</sup>، تغییراتی کرده بود که این تغییرات عبارت است از:

یک قانون انتقال جدید معرفی شد، به طوری که این قانون انتقال جدید طوری است که می‌تواند به‌طور مستقیم باعث ایجاد توازن بین جستجوی یال‌های جدید از یک طرف و از طرف دیگر بهره‌برداری از دانش اندوخته شده در مورد مساله، که از اطلاعات قبلی به‌دست‌آمده است، شود. به عبارت دیگر الگوریتم دارای پارامتری مانند  $q_0$  است که کاربر را قادر می‌سازد با تغییر آن نسبت اهمیت جستجو در مقابل استخراج جواب را تغییر دهد. به‌طور مثال با نمایش دادن حرکت از گره  $i$  به گره ملاقات نشده‌ی  $j$  و به‌وسیله

برای حل مساله استفاده کردند [۱۳]. البته روش‌های دیگری نیز تا این زمان برای حل این مساله وجود دارند که می‌توان برای اطلاع بیشتر از مراجع [۱۴ و ۱۵] استفاده کرد.

از طرف دیگر لی و تیان [۱۶] یک روش ترکیبی مرکب از روش الگوریتم مورچگان به همراه روش جستجوی محلی ارائه دادند. در هر تکرار الگوریتم در این روش، مورچه‌ها مصنوعی جواب‌های اولیه را ساخته و سپس الگوریتم جستجوی محلی برای بهبود جواب‌های پیداشده مورد استفاده قرار می‌گرفت. بعلاوه لچفورد و همکارانش [۱۷] در سال ۲۰۰۷ یک روش دقیق برای حل مساله پیشنهاد کردند. روش شاخه و کران آن‌ها در مقایسه با روش‌های دیگر که در ادبیات موضوع برای مساله مربوطه ارائه شده بودند، توانست که برای مثال‌های کوچک و متوسط جواب‌های بهتری را به دست آورده و به جواب‌های بهینه دست یابد. لی و همکارانش [۱۸] در همین سال الگوریتم ثابت به ثابت را برای این مساله پیاده‌سازی کردند. آن‌ها برای آزمودن کارایی الگوریتم تعدادی از مثال‌ها با ۲۰۰ تا ۴۸۰ گره را در نظر گرفتند و نتایج الگوریتم پیشنهادی خود را برای این مسائل گزارش دادند. همچنین در سال‌های ۲۰۰۸ و ۲۰۰۹ به ترتیب روسل و همکارانش [۱۹] و همچنین چاینگ و همکارانش [۲۰] مساله تولید و توزیع روزنامه به خانه‌ها و مرکز کاری را به این مساله تبدیل کرده و آن‌ها به‌وسیله روش جستجوی ممنوع مورد حل قرار دادند. الگوریتم جستجوی همسایه متغیر در سال ۲۰۰۹ فلزار و همکارانش [۲۱] برای حل مساله OVRP ارائه شد. این الگوریتم بر اساس وارون کردن کمان‌ها و تغییر آن‌ها کار می‌کرد و توانست که کارایی خوبی از خود نشان دهد و در چندین مثال استاندارد جواب‌های بسیار خوبی به دست آورد. در نهایت در سال ۲۰۱۰ ریوسیس و همکارانش [۲۲] یک روش ترکیبی مبتنی بر روش تکاملی برای این مساله ارائه دادند. روش پیشنهادی آن‌ها برای افزایش کارایی با روش جستجوی محلی همراه شده بود. باید توجه کرد که

<sup>۲</sup> Ant System (AS)

<sup>۱</sup> Ant Colony System (ACS)

مورچه  $k$  با نماد  $J_i^k$ ، احتمال ملاقات هر گره  $J_i^k$  برابر است با:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } q \leq q_0 \text{ و } j = j^* \\ 0 & \text{اگر } q \leq q_0 \text{ و } j \neq j^* \\ \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{r \in J_i^k} \tau_{ir}^\alpha(t)\eta_{ir}^\beta(t)} & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

که در آن:

$j^*$ : گره‌ای است که هنوز ملاقات نشده و دارای بیشترین مقدار فرمول ۲ در بین همه گره‌های  $J_i^k$  است.

$$([\tau_{ir}(t)]^\alpha [\eta_{ir}(t)]^\beta)$$

$\tau_{ij}(t)$ : مقدار فرمون روی یال  $(i, j)$  است.

$\eta_{ij}(t)$ : اطلاعات ابتکاری مساله است که در حالت عادی برابر  $1/c_{ij}$  در نظر گرفته می‌شود که همان هزینه روی یال  $(i, j)$  است. باید توجه کرد که هر چه مقدار هزینه یال  $(i, j)$  کوچک‌تر باشد آنگاه  $1/c_{ij}$  مقدار بزرگ‌تری را می‌گیرد و در نتیجه احتمال انتخاب شدن یال  $(i, j)$  بیشتر می‌شود.

$\alpha, \beta$ : پارامترهایی هستند که کاربر می‌تواند به وسیله آن‌ها نسبت اهمیت اندازه یال  $(i, j)$  در مقابل مقدار فرمونی که روی آن قرار دارد، تغییر دهد.  
 $q$ : پارامتری است که در هر تکرار در بازه  $[0, 1]$  به صورت تصادفی انتخاب می‌شود.

$q_0$ : یک پارامتر آستانه ثابت بین صفر و یک است که همان‌طور که در بالا به آن اشاره شد توسط کاربر برای تعیین نسبت اهمیت جستجو به استخراج تعیین می‌شود. باید توجه کرد که در هر تکرار الگوریتم، مقدار  $q$  به وسیله یک تابع تصادفی ایجاد می‌شود و مقداری در محدوده تعیین شده می‌گیرد. حال اگر مقدار به دست آمده از  $q_0$  بزرگ‌تر باشد، آنگاه یال بعدی به صورت احتمالی انتخاب می‌شود و در غیر این صورت یالی که دارای بیشترین مقدار معادله (۲) باشد انتخاب می‌گردد.

۲- بروز رسانی ردپای سراسری فرمون: این نوع از به‌روزرسانی در ACS فقط در مورد یال‌هایی انجام می‌پذیرد

که متعلق به بهترین تور به دست آمده در هر تکرار باشند. به عبارت دیگر بعد از اینکه همه مورچه‌ها تورشان را تولید کردند، یال‌های متعلق به بهترین تور که تاکنون به دست آمده طبق فرمول زیر بروز می‌شوند:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho).\tau_{ij}(t) + \rho(1/C_b) \quad (3)$$

که در آن  $C_b$  هزینه بهترین تور پیداشده از زمان شروع الگوریتم است. توجه به این نکته ضروری است که بروز رسانی سراسری فرمون موجب تشویق مورچه‌ها برای جستجوی همسایگی‌های بهترین تورها در تکرارهای بعدی می‌شود، همچنین با افزایش تکرار و به دست آمدن جواب‌های بهتر برای  $C_b$ ، یال‌های متعلق به بهترین تور در تکرارهای بالاتر نسبت به تکرارهای پایین‌تر بیشتر تشویق می‌شوند.

۳- بروز رسانی محلی: مورچه‌ها در این الگوریتم در هنگامی که از گره  $i$  به گره  $j$  حرکت می‌کنند، مقدار فرمون را روی یال  $(i, j)$  با استفاده از فرمول زیر بروز می‌کنند:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho).\tau_{ij}(t) + \rho\tau_0 \quad (4)$$

که در آن:

$\tau_0$ : مقدار اولیه فرمون است که برابر  $\tau_0 = 1/(nL_{mn})$  در نظر گرفته و در ابتدای الگوریتم بر روی تمامی یال‌ها ریخته می‌شود. این کار سبب می‌شود که دامنه گستردگی بیشتری نسبت به AS مورد جستجو قرار گیرد. باید توجه داشت که در این فرمول  $n$  نشان‌دهنده تعداد گره‌ها و  $L_{mn}$  طول کوچک‌ترین یال در بهترین تور ساخته شده به وسیله یک الگوریتم ابتکاری سریع است.

$\rho$ : مقدار نرخ تبخیر فرمون است که پارامتری در دامنه  $[0, 1]$  می‌باشد. این ضریب سبب می‌گردد که در پایان هر تکرار، مقدار فرمون روی همه یال‌ها به مقدار  $\rho$  کاهش یابد. به عبارت دیگر این ضریب باعث متعادل شدن فرمون بر روی یال‌ها بین فرمون موجود در تکرار قبلی و فرمون جدید، بعد از ریختن فرمون، می‌شود.

مناسب، کمک شایانی به یافتن جواب بهتر برای الگوریتم شود. بنابراین در این مقاله به این نکات توجه بیشتری شده و اصلاحات زیر برای افزایش کارایی الگوریتم پیشنهاد می‌شود:

- اطلاعات ابتکاری مساله: این مقدار همان طور که در فرمول ۱ به آن اشاره شد برابر عکس مقدار هزینه بین دو گره در نظر گرفته می‌شود. این نشان‌دهنده آن است که در واقع الگوریتم نزدیک‌ترین همسایه در الگوریتم مورچگان دارای نقش اساسی است حال نکته‌ای که وجود دارد این است که اگر بتوان از الگوریتم‌های قوی‌تر دیگری در اینجا به جای این الگوریتم استفاده کرد با احتمال بیشتری نتایج بهتری برای الگوریتم به دست می‌آید. به همین خاطر چون الگوریتم صرفه‌جو یکی از کاراترین الگوریتم‌های ابتکاری است و در بسیاری از مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی موفق عمل کرده است، مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین در الگوریتم پیشنهادی حالتی کلی‌تر از این روش یعنی فرمول زیر در نظر گرفته می‌شود که در آن  $a$ ،  $b$ ،  $f$  و  $g$  اعداد ثابتی بوده و به وسیله کاربر به دست می‌آید.

$$\eta_{ij}(t) = ac_{i0} + bc_{0j} - g \cdot c_{ij} + f \cdot |c_{i0} - c_{0j}| \quad (5)$$

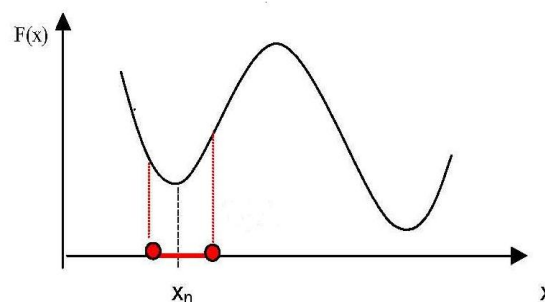
آزمایش‌ها انجام شده برای روی این چهار پارامتر در مقادیر ۰، ۰،۵، ۱، ۱،۵ و ۲ نشان داد که بهترین مقادیر به دست آمده برای این چهار پارامتر  $a$ ،  $b$ ،  $f$  و  $g$  به ترتیب ۱، ۱،۵، ۲ و ۲ است.

- قانون انتقال: این قانون معیاری است که الگوریتم بدان وسیله تناسبی بین جستجوی جواب‌های جدید و استفاده از دانش اندوخته برقرار می‌کند.  $q_0$  استفاده شده در فرمول ۱ پارامتری بین صفر و یک بوده و در طول اجرای الگوریتم ثابت هست. توجه به این نکته ضروری است که ثابت گرفتن این پارامتر سبب می‌شود که انتخاب بهترین جواب در طول الگوریتم با احتمال ثابتی صورت گیرد. بنابراین الگوریتم تفاوتی در اینکه الگوریتم در کدام مرحله قرار دارد و کیفیت جواب‌ها چقدر است، قائل نمی‌شود. درحالی‌که بهتر است این پارامتر پویا باشد و با توجه به

باید به این نکته توجه داشت که نتیجه‌ی بروز رسانی محلی این است که اگر یک مورچه در هر تکرار یال  $(i, j)$  را ببیند آنگاه ردپای فرمون آن برای تکرار بعدی کاهش می‌یابد. این کار سبب می‌شود که یال‌های پیموده شده توسط مورچه‌ها در تکرارهای قبل برای تکرارهای آینده کمتر مورد توجه قرار گیرند و الگوریتم تشویق شود که یال‌هایی را که هنوز ملاقات نکرده است، را مورد ملاقات قرار داده و جستجوی سراسری را باقوت بیشتری انجام دهد. بعلاوه بروز رسانی محلی فرمون به اجتناب از افتادن در موقعیت‌های رکود ضعیف، کمک می‌کند.

### ۳-۲- الگوریتم ارائه شده

تفاوت مهم الگوریتم‌های فراابتکاری با الگوریتم‌های ابتکاری در این است که در الگوریتم‌های فراابتکاری پارامترهای زیادی وجود دارند که بدان وسیله کاربر می‌تواند الگوریتم را برای هر مساله وفق داده تا بتواند بهترین جواب ممکن و قابل قبول را برای آن به دست آورد. علیرغم اینکه این پارامترها سبب می‌شود که الگوریتم نتواند جواب‌های یکسانی را در هر اجرای الگوریتم به دست آورد، ولی سبب می‌شوند که جستجو بتواند از بهینه‌های محلی فرار کرده و به جواب‌های بهتر دست یابد (شکل ۲).



شکل ۲: افتادن الگوریتم‌های ابتکاری در بهینه‌های محلی

الگوریتم مورچگان نیز از این ساختار پیروی کرده و دارای پارامترهایی است که معین کننده روش و جهت‌گیری الگوریتم می‌باشد. علاوه بر این، الگوریتم دارای پارامترهای مهم دیگری همچون نحوه جستجوی الگوریتم، استفاده از الگوریتم‌های جستجوی محلی، نحوه بهنگام کردن الگوریتم، نحوه به پایان رسیدن الگوریتم و ... است که بر ماهیت الگوریتم تأثیر داشته و می‌توانند در صورت انتخاب

پارامترهای الگوریتم به دست آورده می‌شوند. بدین منظور چندین مساله استاندارد از مسائل مسیریابی وسیله نقلیه باز، که در آن الگوریتم توانسته است که به بهترین جواب‌های تاکنون به دست آمده دست یابد، را انتخاب کرده و برای مقادیر متفاوت پارامترها مورد آزمایش قرار داده می‌شوند. پارامترهای مورد آزمایش در این بخش عبارت‌اند از:

$q_0$ : احتمال انتخاب بهترین جواب است.

$s$ : مقدار تکرار جواب‌های الگوریتم است که در آن مقدار جواب الگوریتم ثابت می‌ماند.

$\rho$ : ضریب تبخیر فرمون که در فرمول‌های ۳ و ۴ به آن اشاره شد.

$loop$ : میزان اجرای الگوریتم که شرط پایانی برای تمام شدن اجرای الگوریتم است.

در جدول ۱ تحلیل پارامتر  $q_0$  برای مثال‌های استاندارد آورده شده است. در این جدول با ثابت نگه داشتن سه پارامتر دیگر، این پارامتر در بازه بین ۷۵ تا ۹۵ درصد مورد بررسی قرار گرفته است. باید توجه کرد که اگرچه در چهار مثال مربوطه، در دو مثال بهترین جواب‌ها برای مقادیر ۸۵ به دست آمده است اما در دو مثال باقیمانده بهترین مقادیر برای ۸۰ و ۹۰ به دست آمده است. بنابراین مقدار بهین این پارامتر برای آزمایش‌ها بعدی ۰,۸۵ در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۱- تحلیل پارامتر  $q_0$

مثال	۷۵	۸۰	۸۵	۹۰	۹۵
C1	۴۲۲,۳۵	۴۲۳,۶۲	۴۱۹,۵۶	۴۲۰,۴۲	۴۲۱,۴۵
C2	۵۸۰,۱۲	۵۷۸,۳۴	۵۷۷,۴۳	۵۷۴,۲۵	۵۷۵,۳۴
C3	۶۵۰,۱۲	۶۴۸,۲۱	۶۴۵,۴۳	۶۴۶,۳۴	۶۴۷,۹۱
C4	۷۴۴,۸۹	۷۴۵,۳۱	۷۴۱,۵۴	۷۳۹,۵۳	۷۳۹,۱۳

در جدول ۲ مقادیر مختلف برای تحلیل پارامتر  $s$  نشان داده شده است. همان‌طور که گفته شد این پارامتر تعداد دفعاتی را مشخص می‌کند که الگوریتم در صورتی که نتواند جواب‌ها را بهبود بخشد مقدار  $q_0$  تغییر می‌کند. به‌طور مثال اگر مقدار  $q_0$  دارای مقدار ۸۵ درصد باشد و الگوریتم نتواند

شرایط الگوریتم تغییر کند. به عبارت دیگر در هر مرحله از الگوریتم بهتر است که بهترین جواب فرمول ۲ انتخاب شود اما هنگامی که الگوریتم نتوانست در تکرارهایی معین کیفیت جواب‌ها را افزایش دهد و اصطلاحاً دچار همگرایی زودرس شد، بهار است که احتمال انتخاب بهترین جواب  $q_0$  به  $1 - q_0$  تغییر پیدا کند تا الگوریتم بتواند جهت جستجوی الگوریتم را عوض کرده و مناطق بیشتری از فضای جواب را مورد بررسی قرار دهد و در نتیجه با جستجو در مناطق جدید با احتمال بیشتری به جواب‌های باکیفیت‌تر دست پیدا کند.

• الگوریتم لین-کرنیگان: اگرچه این الگوریتم بیش از ۳۰ سال است که ارائه شده است اما در حال حاضر هم یکی از بهترین الگوریتم‌های ابتکاری برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی محسوب می‌شود [۲۷]. الگوریتم لین-کرنیگان که گسترش یافته الگوریتم‌های بهبوددهنده دوگانه و سه‌گانه است بر اساس جابجایی دو یا بیشتر از دو یال از مساله مربوطه کار می‌کند به شرط آنکه جواب به دست آمده دارای کیفیت بیشتری نسبت به جواب قبلی باشد. توجه به این نکته ضروری است که این الگوریتم در هر مرحله بر اساس جواب‌های به دست آمده خود تصمیم می‌گیرد که چند یال از مساله مورد جابجایی قرار گیرد.

در اینجا برای بدست آوردن جواب‌ها باکیفیت بالاتر الگوریتم پیشنهادی با این الگوریتم ترکیب می‌شود. این الگوریتم جستجوی محلی در هنگامی که جواب بهتری برای الگوریتم نسبت به تکرارهای قبلی به دست آید، فعال می‌گردد. علت اینکه جستجوی محلی در موقعیت گفته شده فعال می‌شود این است که وقتی یک جواب بهتر نسبت به تکرارهای قبلی به دست می‌آید، امکان قوی‌تری وجود دارد که در همسایه این جواب، جواب بهتر دیگری نیز وجود داشته باشد که می‌توان با جستجوهای بیشتر در همسایه‌ها، به وسیله الگوریتم گفته شده، به آن جواب دست پیدا کرد.

#### ۴- تحلیل پارامترها

در این بخش روش پیشنهادی ارائه شده مورد بررسی بیشتری قرار گرفته و با آزمایش‌ها تجربی، مقدار بهین

در جدول ۴ تعداد تکرار الگوریتم به‌عنوان شرط پایانی الگوریتم نشان داده شده است. در این جدول مقادیر این تکرارها مابین  $n/2$  تا  $5n/2$  نشان داده شده است. بعلاوه در این جدول مقادیر دیگر پارامترهای مورد آزمایش یعنی  $q_0$ ،  $s$  و  $\rho$  برای این جدول در بهترین مقادیر خود قرار گرفته شده است. اما نکته‌ای که وجود دارد این است که وقتی  $loop = 2n$  در نظر گرفته می‌شود، الگوریتم در چهار مثال مربوطه بهترین جواب‌های تاکنون به‌دست آمده را به دست می‌آورد. این در حالی است که با در نظر گرفتن  $loop = 5n/2$  علیرغم اینکه الگوریتم در سه مثال به بهترین جواب‌ها دست می‌یابد اما نمی‌تواند به کیفیت جواب‌های  $loop = 2n$  دست یابد.

جدول ۴- تحلیل پارامتر  $loop$ 

مثال	n/2	n	3n/2	2n	5n/2	بهترین جواب
C1	۴۲۱,۵۲	۴۱۶,۰۶	۴۱۷,۷۲	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶
C2	۴۶۹,۸۲	۵۶۷,۱۴	۵۶۷,۱۴	۵۶۷,۱۴	۵۶۷,۱۴	۵۶۷,۱۴
C3	۶۵۲,۳۵	۶۴۱,۵۲	۶۳۹,۷۴	۶۳۹,۷۴	۶۴۰,۰۵	۶۳۹,۷۴
C4	۷۴۱,۹۵	۷۳۴,۹۱	۷۳۴,۷۲	۷۳۳,۱۳	۷۳۳,۱۳	۷۳۳,۱۳

#### ۵- محاسبات عددی

تمام کدهای این برنامه به زبان متلب ۷ نوشته شده است و کامپیوتری که این برنامه‌ها بر روی آن اجرا شده از نوع AMD 3.5GHz با یک گیگابایت حافظه است. برای مقایسه کامل‌تر الگوریتم پیشنهادی برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز کارایی الگوریتم پیشنهادی روی ۱۶ مثال استاندارد تولیدشده توسط کریستوفیدز و فیشر اجرا می‌گردد. این مسائل در جدول ۵ به‌طور کامل نشان داده شده‌اند.

در این جدول C تعداد مشتری، Q ظرفیت وسیله نقلیه، K تعداد وسیله نقلیه مورداستفاده، T زمان سرویس‌دهی به هر گره و L حداکثر مسیری که یک وسیله نقلیه می‌تواند طی کند، است.

باید توجه کرد که این مثال‌ها بدین جهت موردبررسی قرارگرفته شده‌اند که اولاً دارای یک ترکیب مناسب از مسائل هستند که بازه‌ای بین ۵۰ تا ۱۹۹ گره را، بدون انبار

در S تکرار جوابی بهتر را به دست آورد مقدار  $q_0$  به ۱۵ درصد تغییر می‌کند. با مقایسه نتایج به‌دست آمده در جدول ۲ می‌توان نتیجه گرفت که چون مقدار  $q_0$  در این جدول ثابت در نظر گرفته شده است، جواب‌های به‌دست آمده دارای کیفیت بالاتری نسبت به جدول ۱ است. بعلاوه مقادیر این جدول به این نکته اشاره می‌کند که در بین مقادیر موجود مقادیر ۳ و ۴ دارای بهترین مقادیر هستند زیرا هرکدام در دو مثال بهترین مقادیر را به دست آورده‌اند. اما با توجه به میانگین مقادیر به‌دست آمده در همه مثال‌ها می‌توان نتیجه گرفت که S در مقدار ۴ به بهترین مقادیر خود می‌رسد.

جدول ۲- تحلیل پارامتر S

مثال	۱	۲	۳	۴	۵
C1	۴۲۷,۴۱	۴۲۴,۵۲	۴۲۰,۶۴	۴۱۹,۱۲	۴۲۰,۴۵
C2	۵۸۲,۳۱	۵۸۱,۸۹	۵۸۱,۲۳	۵۷۲,۹۸	۵۷۸,۴۵
C3	۶۴۸,۹۱	۶۴۵,۴۲	۶۴۴,۳۴	۶۴۴,۹۸	۶۵۷,۵۳
C4	۷۳۹,۵۵	۷۳۸,۰۳	۷۳۷,۷۶	۷۳۸,۷۵	۷۴۱,۱۲

در جدول ۳ جواب‌های الگوریتم برای مقادیر مختلف  $\rho$ ، که مقادیری مابین ۰,۵ تا ۰,۹ با اختلاف ۰,۱ دارد، در مثال‌های گوناگون نشان داده شده است. در این جدول نیز به علت آنکه مقادیر  $q_0$  و S در مقادیر بهینه خود که به ترتیب ۰,۸۵ و ۴ هستند، جواب‌های بهتری نسبت به دو جدول ۱ و ۲ به‌دست آمده است. از طرف دیگر جواب‌های به‌دست آمده به این نکته اشاره دارد که بهترین جواب‌ها برای مقدار ۰,۹ به‌دست آمده است. بعلاوه در این جدول تقریباً رابطه منظمی بین افزایش مقادیر  $\rho$  و کیفیت جواب‌ها وجود دارد. در این مثال‌ها به‌جز مثال C1 در بقیه مثال‌ها با افزایش مقدار  $\rho$  کیفیت جواب‌ها افزایش پیدا می‌کند.

جدول ۳- تحلیل پارامتر  $\rho$ 

مثال	۰,۵	۰,۶	۰,۷	۰,۸	۰,۹
C1	۴۴۴,۵۲	۴۲۵,۷۲	۴۲۰,۶۱	۴۱۸,۷۶	۴۱۹,۲۱
C2	۵۹۲,۵۳۶	۵۸۸,۴۲	۴۷۱,۵۲	۴۷۰,۶۲	۵۶۸,۸۲
C3	۶۷۲,۳۵	۶۵۹,۷۲	۶۵۸,۹۳	۶۴۵,۸۲	۶۴۱,۸۳
C4	۷۷۰,۵۲	۷۶۰,۰۶	۷۴۹,۷۳	۷۴۱,۸۲	۷۳۵,۷۸



جواب‌های بهتری، نسبت به جواب‌های ارائه‌شده در جدول ۶، با تعداد وسیله نقلیه بیشتری وجود دارد. در جدول ۶ الگوریتم پیشنهادی MACS با الگوریتم‌های فراابتکاری مشهوری که تاکنون برای حل این مساله مورد استفاده قرار گرفته شده‌اند، مورد مقایسه قرار گرفته شده است. در این جدول در ستون اول مثال‌های مورد آزمایش نشان داده شده است در حالی که ستون‌های دوم تا پنجم جدول ۶ نتایج چهار روش مهم و باکیفیت الگوریتم‌های فراابتکاری را نشان می‌دهد. این الگوریتم‌ها شامل همسایگی متغیر<sup>۱</sup> MVNS [۲۲]، جستجوی ممنوع<sup>۲</sup> TSB [۲۸]، جستجوی همسایگی تطابق<sup>۳</sup> ALNS [۲۹]، الگوریتم ثابت به ثبت<sup>۴</sup> ORTR [۱۹]، الگوریتم جمعیت مورچگان معمولی ACS و جواب‌هایی که تاکنون به وسیله سایر الگوریتم‌ها به دست آمده است در ستون هشتم یا Best نشان داده شده است. از طرف دیگر به علت اینکه بتوان مقایسه عمیق‌تری بین کیفیت الگوریتم‌ها انجام داد میانگین جواب‌های ۱۶ مثال برای هر الگوریتم در سطر پایانی جدول آورده شده است.

نتایج برای نکته اشاره دارد که روش پیشنهادی توانسته است که جواب‌های بسیار خوبی برای مسائل استاندارد مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز به دست آورد. به خصوص آنکه الگوریتم نسبت به الگوریتم قدیمی نتایج باکیفیت‌تری به دست آورده به طوری که الگوریتم مورچگان معمولی فقط توانسته است که در دو مثال C1 و C6 که دارای کمترین تعداد گره با ۵۰ عدد می‌باشد، به بهترین جواب‌ها دست پیدا کند. اما الگوریتم جدید در ۱۰ مثال از ۱۶ مثال به بهترین جواب‌های تاکنون به دست آمده، دست پیدا کرده است. بعلاوه با مقایسه میانگین جواب‌های به دست آمده برای این الگوریتم‌ها می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم MACS

کالا، در برمی‌گیرند و ثانیاً الگوریتم‌های زیادی بر روی این مثال‌ها مورد آزمایش قرار گرفته شده است و بدین جهت می‌توان مقایسه مناسبی بین الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم‌های دیگر انجام داد تا بدین وسیله کارایی الگوریتم با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرد. همچنین باید اضافه کرد که در بین ۱۴ مثال کریستوفیدز، ۱۰ مثال ابتدایی شامل مشتری‌هایی هستند که به طور تصادفی در اطراف انبار توزیع شده‌اند، در حالی که در ۴ مثال باقیمانده مشتری‌ها در رده‌ترهایی که در آن انبار کالا در مرکز واقع نشده است، قرار گرفته شده‌اند. از طرف دیگر همه مثال‌های در نظر گرفته شده دارای محدودیت ظرفیت بوده ولی مثال‌های C6-C10، C13، C14 علاوه برداشتن محدودیت ظرفیت، دارای محدودیت‌های طول مسیر و زمان سرویس‌دهی نیز هستند. خصوصیات این مثال‌ها در جدول ۵ با جزئیات کامل نشان داده شده است.

جدول ۵: مشخصات مسائل استاندارد OVRP

مثال	C	Q	K	T	L
C1	۵۰	۱۶۰	۵	-	-
C2	۷۵	۱۴۰	۱۰	-	-
C3	۱۰۰	۲۰۰	۸	-	-
C4	۱۵۰	۲۰۰	۱۲	-	-
C5	۱۹۹	۲۰۰	۱۶	-	-
C6	۵۰	۱۶۰	۶	۱۰	۱۸۰
C7	۷۰	۱۴۰	۱۱	۱۰	۱۴۴
C8	۱۰۰	۲۰۰	۹	۱۰	۲۰۷
C9	۱۵۰	۲۰۰	۱۴	۱۰	۱۸۰
C10	۱۹۹	۲۰۰	۱۸	۱۰	۱۸۰
C11	۱۲۰	۲۰۰	۷	-	-
C12	۱۰۰	۲۰۰	۱۰	-	-
C13	۱۲۰	۲۰۰	۱۰	۱۰	۶۴۸
C14	۱۰۰	۲۰۰	۱۱	۱۰	۹۳۶
F11	۷۱	۳۰۰۰	۴	-	-
F12	۱۳۴	۲۲۱۰	۷	-	-

باید توجه کرد که در اینجا تعداد وسیله نقلیه ثابت در نظر گرفته شده است، در غیر این صورت برای بعضی از مثال‌ها

<sup>3</sup> Adaptive large neighborhood search

<sup>4</sup> Record to record travel

<sup>1</sup> Variable neighborhood search

<sup>2</sup> Tabu search

کیفیت بالاتر و از لحاظ میانگین جواب‌ها دارای کیفیت پایین‌تر است.

الگوریتم ALNS الگوریتمی است که بیشترین رقابت را با الگوریتم پیشنهادی دارد. این الگوریتم توانسته است که در ۱۰ مثال به بهترین جواب‌ها دست یابد در حالی که با میانگین ۶۳۷,۱۶ سومین رتبه را در میان الگوریتم‌ها کسب کرده است. به عبارت دیگر اگرچه این الگوریتم از نظر به دست آوردن تعداد بهترین جواب‌ها با الگوریتم پیشنهادی یکسان است اما تنها به علت ۰,۰۱ دارای کارایی کمتری از الگوریتم پیشنهادی است. در نهایت آخرین الگوریتمی که در جدول وجود دارد و توانسته است که به بهترین میانگین الگوریتم‌ها دست پیدا کند الگوریتم ORTR است. این الگوریتم توانسته است که در ۱۳ مثال از ۱۶ مثال مربوطه به بهترین جواب‌ها دست پیدا کند و همچنین میانگین ۶۳۶,۹۶ را برای ۱۶ مثال به دست آورد. بنابراین الگوریتم پیشنهادی دارای جواب‌های ضعیف‌تر نسبت به الگوریتم ORTR است. از طرف دیگر اگر معیار میانگین جواب‌ها به‌طور کلی و با کمی تخفیف در نظر گرفته شود آنگاه الگوریتم‌های ORTR, ALNS و MACS با اختلاف در حدود ۲ واحد از میانگین بهترین جواب‌های تاکنون به دست آمده Best دارای بهترین نتیجه در بین الگوریتم‌ها هستند. بعلاوه الگوریتم MVNS با اختلاف ۳ واحد از میانگین بهترین جواب‌ها دارای رده دوم در بین الگوریتم‌ها است. در نهایت الگوریتم‌های ACS و TSB قرار دارند که با اختلاف به ترتیب ۱۰ و ۱۵ واحد در رده‌های بعدی قرار دارند. به‌طور نمونه دو جواب نهایی که به وسیله الگوریتم پیشنهادی به دست آمده است در شکل ۳ نشان داده شده است. باید توجه داشت که در هر کدام از این شکل‌ها، محور افقی محور Xها و محور عمودی محور Yها در دستگاه مختصات دوطبقی را نشان می‌دهد.

توانسته است که به مقدار ۸,۵۵ واحد کیفیت الگوریتم ACS را افزایش دهد.

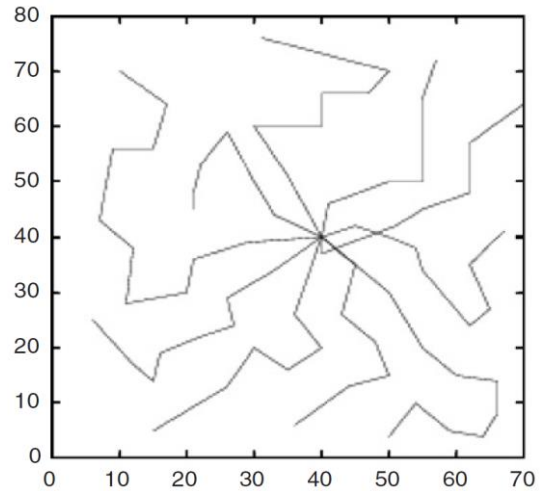
جدول ۶: مقایسه الگوریتم‌های فراابتکاری برای مثال‌های استاندارد

مثال	MVNS	TSB	ALNS	ORTR	ACS	MACS	Best
C1	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶	۴۱۶,۰۶
C2	۵۶۷,۱۴	۵۶۴,۵	۵۶۷,۱۴	۵۶۷,۱۴	۵۷۳,۸۲	۵۶۷,۱۴	۵۶۷,۱۴
C3	۶۳۹,۷۴	۶۴۱,۶	۶۴۱,۷۶	۶۳۹,۷۴	۶۴۸,۹۳	۶۳۹,۷۴	۶۳۹,۷۴
C4	۷۳۳,۱۳	۷۴۰,۸	۷۳۳,۱۳	۷۳۳,۱۳	۷۳۹,۰۴	۷۳۳,۱۳	۷۳۳,۱۳
C5	۹۰۵,۹۶	۹۵۳,۴	۸۹۶,۰۸	۹۲۴,۹۶	۹۳۱,۶۲	۹۰۹,۴۵	۸۹۶,۰۸
C6	۴۱۲,۹۶	۴۱۲,۹۶	۴۱۲,۹۶	۴۱۲,۹۶	۴۱۲,۹۶	۴۱۲,۹۶	۴۱۲,۹۶
C7	۵۹۶,۴۷	۶۳۴,۵۴	۵۸۳,۱۹	۵۶۸,۴۹	۶۰۱,۲۵	۵۷۲,۹۳	۵۶۸,۴۹
C8	۶۴۴,۶۳	۶۴۴,۶۳	۶۴۵,۴۶	۶۴۴,۶۳	۶۴۶,۷۲	۶۴۴,۶۳	۶۴۴,۶۳
C9	۷۶۰,۰۶	۷۸۵,۲	۷۵۷,۸۴	۷۵۶,۳۸	۷۷۷,۵۴	۷۶۰,۰۶	۷۵۶,۳۸
C10	۸۷۵,۶۷	۸۸۴,۶۳	۸۷۵,۶۷	۸۷۶,۰۲	۸۸۵,۸۳	۸۷۵,۶۷	۸۷۵,۶۷
C11	۶۸۲,۱۲	۶۸۳,۴	۶۸۲,۱۲	۶۸۲,۵۴	۶۸۳,۴	۶۸۳,۴	۶۸۲,۱۲
C12	۵۳۴,۲۴	۵۳۵,۱	۵۳۴,۲۴	۵۳۴,۲۴	۵۳۶,۷۷	۵۳۴,۲۴	۵۳۴,۲۴
C13	۹۰۴,۰۴	۹۴۳,۶۶	۹۰۹,۸	۸۹۶,۵	۹۰۹,۸	۹۰۳,۵۶	۸۹۶,۵
C14	۵۹۱,۸۷	۵۹۷,۳	۵۹۱,۸۷	۵۹۱,۸۷	۶۰۲,۰۴	۵۹۱,۸۷	۵۹۱,۸۷
F11	۱۷۸,۰۹	۱۷۷,۴	۱۷۷,۰۰	۱۷۷,۰۰	۱۷۸,۰۹	۱۷۷,۰۰	۱۷۷,۰۰
F12	۷۶۹,۶۶	۷۸۱,۲	۷۷۰,۱۷	۷۶۹,۶۶	۷۸۳,۵۲	۷۷۲,۴۵	۷۶۹,۶۶
میانگین	۶۳۸,۲۴	۶۵۰,۴۰	۶۳۷,۱۶	۶۳۶,۹۶	۶۴۵,۷۰	۶۳۷,۱۵	۶۳۵,۱۱

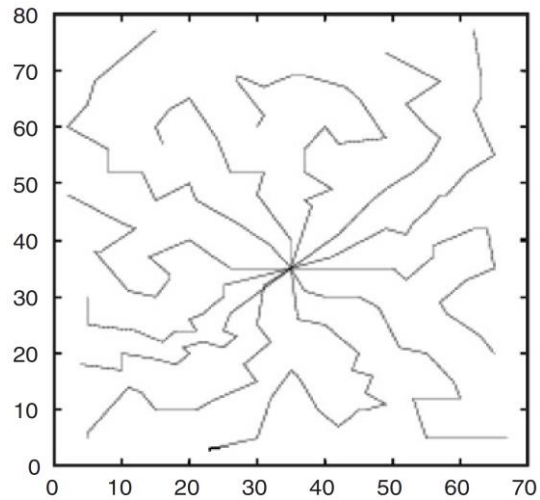
از طرف دیگر الگوریتم دارای جواب‌های بهتر نسبت به الگوریتم TSB می‌باشد زیرا الگوریتم TSB فقط در سه مثال توانسته است که به بهترین جواب‌ها دست پیدا کند و با میانگین ۶۵۰,۴۰ بی کیفیت‌ترین الگوریتم ارائه شده در جدول ۶ است. در حالی که الگوریتم MACS علاوه بر اینکه از نظر تعداد بهترین جواب‌های به دست آمده از این الگوریتم برتر است، با میانگین مقدار ۶۳۷,۱۵ دومین الگوریتم کارا در جدول ۶ است. الگوریتم دیگری که در این جدول توانسته است که به جواب‌های بسیار خوبی دست پیدا کند الگوریتم MVNS است. این الگوریتم علیرغم اینکه در ۱۱ مثال توانسته است که به بهترین جواب‌های تاکنون به دست آمده دست پیدا کند، و از این نظر توانسته است که در رتبه دوم الگوریتم‌ها قرار گیرد اما متأسفانه نتوانسته است که این کیفیت را در همه جواب‌ها حفظ کند و در ۵ مثال باقیمانده به جواب‌های خوبی دست پیدا کند به طوری که با میانگین ۶۳۸,۲۴ در رتبه چهارم الگوریتم‌های جدول ۱ قرار گرفته است. بنابراین در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی از نظر به دست آوردن بهترین جواب‌ها دارای

### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش ترکیبی-اصلاحی الگوریتم جمعیت مورچگان و جستجوی محلی لین-کرنیگان برای حل مساله مسیریابی چندین وسیله نقلیه باز بکار برده شد. همان طوری که در بخش قبلی نشان داده شد این الگوریتم دارای ساختار رقابت‌پذیری نسبت به سایر الگوریتم‌ها بوده و توانسته است جواب‌های بسیار خوبی برای مثال‌های استاندارد این مساله به دست آورد. به نظر می‌رسد استفاده از روش‌های ترکیبی دیگر مانند ترکیب این روش با روش‌هایی مانند الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی آنیلی، جستجوی ممنوع و ... می‌تواند سبب به دست آوردن جواب‌های بهتری برای این مساله شود. از طرف دیگر می‌توان این الگوریتم را برای گسترش‌های دیگر مساله مسیریابی وسیله نقلیه بکار برد. استفاده از این الگوریتم‌ها و کاربردی کردن این پیشنهادها به مقاله‌های بعدی موکول می‌شود.



مثال C2



مثال C4

شکل ۳: چندین مثال حل شده توسط الگوریتم پیشنهادی

### ۶- مراجع

- [1] YousefiKhoshbakht, M., Sedighpour, M. (2012). "A Combination of Sweep Algorithm and Elite Ant Colony Optimization for Solving the Multiple Traveling Salesman Problem", Proceedings of the Romanian Academy A, Vol 13, No. 4, pp. 295-302
- [2] YousefiKhoshbakht, M., Didehvar, F., Rahmati, F. (2014). "An Efficient Solution for the Vehicle Routing Problem by Using a Hybrid Elite Ant Colony Optimization", International Journal of Computers, Communications & Control, Vol. 9, No. 3, pp. 56-62
- [۳] یوسفی خوشبخت، مجید، دیده‌ور، فرزاد، رحمتی، فرهاد و صدیق‌پور، محمد. (۱۳۹۱) "الگوریتم موثر رقابتی فراگیر برای حل مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز"، پژوهشنامه حمل و نقل، دوره ۹، شماره ۱، ۸۳-۹۵.
- [4] YousefiKhoshbakht, M., Didehvar, F., Rahmati, F. (2014). "A Combination of Modified Tabu Search and Elite Ant System to Solve the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery", Journal of Industrial and Production Engineering, Vol. 31, No. 2, pp. 65-75
- [5] YousefiKhoshbakht, M., Didehvar, F., Rahmati, F. (2014). "Solving the Heterogeneous Fixed Fleet Open Vehicle Routing Problem by a Combined Meta-heuristic Algorithm", International Journal of Production Research, Vol. 52, No. 9, pp. 2565-2575

- [6] Schrage, L. (1981). "Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems", *Networks*, Vol. 11, pp. 229–232.
- [7] Bodin, L., Golden, B., Assad, A. (1983). "Ball M. Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art", *Computers & Operations Research*, Vol. 10, No. 2, pp. 63–211.
- [8] Sariklis, D., Powell, S. (2000). "A heuristic method for the open vehicle routing problem", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 51, pp. 564–73.
- [9] Tarantilis, C. D., Diakoulaki, D. and Kiranoudis, C. T. (2004). "Combination of geographical information system and efficient routing algorithms for real life distribution operations", *European Journal of Operational Research*, Vol. 152, pp. 437–453.
- [10] Tarantilis, C. D., Ioannou, G., Kiranoudis, C. T., Prastacos, G. P. (2005). "Solving the open vehicle routing problem via a single parameter metaheuristic algorithm", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 56, pp. 588–596.
- [11] Brandão, J. (2004). "A tabu search algorithm for the open vehicle routing problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 157, 552–564.
- [12] Fu, Z., Eglese, R. and Li, L. Y. O. (2006). "A new tabu search heuristic for the open vehicle routing problem", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 57, pp. 1018.
- [13] Pisinger, D. and Ropke, S. (2007). "A general heuristic for vehicle routing problems", *Computers & Operations Research*, Vol. 34, No. 8, pp. 2403-2435.
- [14] Vincent, F. Yu, Parida Jewpanya, AAN Perwira Redi. (2016). "Open vehicle routing problem with cross-docking." *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 94, pp. 6-17.
- [15] Brito, Julio, et al. (2015). "An ACO hybrid metaheuristic for close–open vehicle routing problems with time windows and fuzzy constraints." *Applied Soft Computing*, Vol. 32, pp. 154-163.
- [16] Li, X., Tian, P. (2006). "An ant colony system for the open vehicle routing problem", *Lecture Notes in Computer Science*, 4150, pp. 356–63.
- [17] Letchford, A. N., Lysgaard, J., Eglese, R. W. (2007). "A branch-and-cut algorithm for the capacitated open vehicle routing problem", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 58, pp. 1642–51.
- [18] Li, F., Golden, B., Wasil, E. (2007). "The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results", *Computers & Operations Research*, Vol. 34, No. 10, pp. 2918-2930.
- [19] Russell, R., Chiang, W. C., David, Z. (2008). "Integrating multi-product production and distribution in newspaper logistics", *Computers & Operations Research*, Vol. 35, No. 5, pp. 1576-1588.
- [20] Chiang, W. C., Russell, R., Xu, X., Zepeda, D. (2009). "A simulation/metaheuristic approach to newspaper production and distribution supply chain problems", *International Journal of Production Economics*, Vol. 121, No. 2, pp. 752-767.
- [21] Fleszar, K., Osman, I. H., Hindi, K. S. (2009). "A variable neighbourhood search algorithm for the open vehicle routing problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 195, No. 3, pp. 803-809.
- [22] Repoussis, P.P., Tarantilis, C.D., Bräysy, O., Ioannou, G. (2010). "A hybrid evolution strategy for the open vehicle routing problem", *Computers & Operations Research*, Vol. 37, No. 3, pp. 443-455.
- [23] López-Sánchez, A. D., et al. (2014). "A multi-start algorithm for a balanced real-world Open Vehicle Routing Problem." *European Journal of Operational Research*, Vol. 238, No. 1, pp. 104-113.
- [24] Sicilia, J. A., Quemada, C., Royo, B., & Escuin, D. (2016). An optimization algorithm for solving the rich vehicle routing problem based on Variable Neighborhood Search and Tabu Search metaheuristics. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 291, pp. 468-477.
- [25] Marinakis, Yannis. (2015). "An improved particle swarm optimization algorithm for the capacitated location routing problem and for the location routing problem with stochastic demands." *Applied Soft Computing*, Vol. 37 pp. 680-701.
- [26] Dorigo, M., Gambardella, L. (1997). "Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem," *IEEE trans. Evolutionary Computing*, pp. 53-66.

- [27] Lin, S., Kernighan, B. W. (1973). "An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem", *Operations Research* Vol. 21, No. 2, pp. 498-516.
- [28] Brandão, J. (2004). "A tabu search algorithm for the open vehicle routing problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 157, No. 6, pp. 552-64.
- [29] Pisinger, D., Ropke, S. (2006). "A general heuristic for vehicle routing problems", *Computers & Operations Research*, Vol. 34, pp. 2403-2435.

(1)