

بررسی تأثیرات زمان فراز بار ضربه‌ای بر ضریب شدت تنش دینامیکی در ترک دو بعدی نیمه بینهایت بر روی جسم نامحدود

محمد دامغانی نوری^۱ و حسین رحمانی^{۲*}

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی در نوک ترک، تحت بارگذاری ضربه‌ای، همواره مورد توجه محققین بوده است. معمولاً در محاسبات تحلیلی، تغییرات نیرو بر حسب زمان، برای بار ضربه‌ای، به صورت تابع پله در نظر گرفته می‌شود. نتایج آزمایش‌های عملی نشان داده است که در بارگذاری ضربه‌ای، مدت زمان کوتاهی طول می‌کشد تا بار از صفر به مقدار حداکثر خود برسد. به این بازه زمانی کوتاه، زمان فراز گفته می‌شود. در این تحقیق، ضریب شدت تنش دینامیکی در نوک ترک نیمه بینهایت با در نظر اثرات زمان فراز، به صورت تحلیلی محاسبه شده است. سپس نتایج رابطه تحلیلی با تحقیقات پیشین و همچنین نرم‌افزار المان محدود مقایسه شده است. در نهایت، یک روش عملی و تأثیرات آن بر میزان زمان فراز و ضریب شدت تنش دینامیکی ارائه شده است.</p>	<p>واژگان کلیدی: ضریب شدت تنش دینامیکی، بار ضربه‌ای، زمان فراز، المان محدود، تابع پله.</p>

۱- مقدمه

و بسیاری از روش‌های پایه را برای میدان‌های تنشی در اطراف نوک ترک و شکست دینامیکی ارائه کرد.

چن و همکارانش روش معادلات انتگرال مرزی غیرمستقیم را برای حل مسئله ترک دینامیکی به کار برده‌اند. آن‌ها در تحقیق خود از روش تبدیل لاپلاس برای حل پایه‌ای مودهای اول و دوم استفاده کرده و رابطه دقیقی برای تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی در هنگام اعمال بارهای وابسته به زمان، به دست آورده‌اند. در این نتایج، می‌توان تأثیرات امواج الاستیک را روی ضریب شدت تنش دینامیکی مشاهده کرد [۲].

روبو گانزالز و ماسون پاسخ الاستودینامیکی یک ماده ارتوتروپیک با ترک نیمه بینهایت را بررسی کرده‌اند. بار به صورت متمرکز بر صفحه ترک وارد شده و ترک با سرعت ثابت در حال گسترش می‌باشد. ضریب شدت تنش دینامیکی در نوک ترک برای دو مود اول و دوم به دست آمده است. در این تحقیق، از تبدیلات لاپلاس، فوریه و

تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی، به عنوان یکی از معیارهای شکست، همواره مورد توجه محققین بوده است. معیارهای اینرسی، انعکاس امواج تنشی و همچنین تأثیرات رفتار وابسته به نرخ کرنش ماده از تفاوت‌های اصلی شکست ناشی از بارهای ضربه‌ای و شکست استاتیکی هستند.

برای محاسبه ضریب شدت تنش دینامیکی معمولاً از روش‌های تحلیلی، شبیه‌سازی المان محدود و همچنین روش‌های آزمایشگاهی استفاده می‌شود.

سیه [۱]، یکی از اولین محققینی بود که به بررسی تحلیلی ضرایب شدت تنش دینامیکی در ترک‌ها پرداخت

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: HosseinRahmani61@gmail.com

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۲. استادیار، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان

تکنیک وینر هوف برای حل معادلات حرکت استفاده شده است [۳].

اینگ و مای، پاسخ الاستودینامیکی یک ترک محدود بر روی جسم غیرهمگن، تحت بارگذاری ضربه‌ای متمرکز پادصفحه‌ای را بررسی کرده‌اند. در این تحقیق، بار ضربه‌ای به صورت تابع پله (هویساید) در نظر گرفته شده است. برای تحلیل، ابتدا با انتخاب مختصات خاص خطی، معادلات مربوط به ماده غیرهمگن به صورت معادلات ایزوتروپیک تبدیل شده است؛ سپس معادلات به دست آمده در فضای لاپلاس منتقل و حل شده‌اند و در نهایت، رابطه دقیقی برای تنش برشی، جابه‌جایی و ضریب شدت تنش دینامیکی به دست آمده است. در این مقاله، از روش کانیارد-هوپ به منظور خارج کردن معادلات از فضای لاپلاس استفاده شده است [۴].

ردیگز کاستلانوس و همکارانش به بررسی رفتار ضریب شدت تنش دینامیکی با استفاده از روش المان محدود در یک صفحه پرداخته‌اند؛ در این تحقیق، صفحه دارای یک ترک مرکزی بوده و تحت بارکشی ضربه‌ای قرار دارد. بار ضربه در این مقاله به صورت تابع پله واحد (هویساید) در نظر گرفته شده است. بعد از صحه‌گذاری، تاثیرات اندازه و جهت ترک در پخش امواج تنشی تحقیق شده است [۵].

آیتو معادلات ضریب شدت تنش دینامیکی را برای دو ترک استوانه‌ای در یک جسم الاستیک نامحدود حل کرده است. در فضای لاپلاس و با استفاده از تبدیلات فوری، معادلات مقدار مرزی تنش و جابه‌جایی به صورت دستگاهی از معادلات انتگرالی دوگان تبدیل شده است و پس از حل معادلات، ضریب شدت تنش دینامیکی در فضای لاپلاس تعیین شده و در آخر نتایج با استفاده از روش‌های عددی به فضای زمان-مکان بازگردانده شده است [۶].

در مقاله‌ای دیگر، آیتو، ضریب شدت تنش دینامیکی برای دو ترک هم راستا بر روی یک جسم الاستیک نامحدود را محاسبه کرده است. بار تنشی وارده به صورت هارمونیک می‌باشد. شرایط مرزی با استفاده از تبدیل انتگرالی فوری به دست آمده است. برای حل معادله، ناپیوستگی‌های جابه‌جایی و چرخش در ترک به صورت یک سری از توابعی که دارای مقادیر صفر در خارج از محدوده ترک هستند، بسط داده شده و سپس ضرایب مربوط به سری‌ها، با

استفاده از روش اسمیت و به صورتی که شرایط مرزی را ارضا کند، محاسبه شده است [۷].

در روش‌های آزمایشگاهی، معمولاً برای تعیین میدان‌های تنشی گذرا و ضریب شدت تنش دینامیکی از دستگاه فتوالاستیسیته و کرنش‌سنج در نوک ترک استفاده می‌شود.

در تحقیقی، مالزیک و همکارانش به بررسی تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی با استفاده از دستگاه فتوالاستیسیته پرداخته‌اند. نمونه مورد آزمایش کامپوزیتی بوده و فرض شده است که در حالت الاستیک باقی می‌ماند. در این تحقیق، معادله‌ای بین میدان‌های تنش در نقاط دور از نوک ترک و ضریب شدت تنش به دست آمده است [۸].

همچنین چندر، روش‌های مختلف تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی با استفاده از روش فتوالاستیسیته و کرنش سنج را مورد بررسی قرار داده است [۹].

در تحقیقات فوق، برای حل‌های تحلیلی، بار ضربه‌ای به صورت تابع پله تعریف شده است. اما تست‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد که بلافاصله بعد از اعمال بار ضربه‌ای، بار وارده دارای مقدار ثابتی نمی‌باشد و مدت زمان کوتاهی طول می‌کشد تا از صفر به حد نهایی خود برسد. به این فاصله زمانی، زمان فراز بار گفته می‌شود.

در این تحقیق، تابع متفاوتی برای تغییرات بار بر حسب زمان تعریف شده است و بر مبنای آن، میزان ضریب شدت تنش دینامیکی در نوک ترک نیمه بینهایت در جسم نامحدود الاستیک در حالت دو بعدی کرنش صفحه‌ای به دست آمده است. منظور از نیمه بینهایت بودن طول ترک منحصر به معنای فیزیکی آن نیست بلکه منظور این است که امواج الاستیک بازگشتی از نوک ترک‌ها پس از انعکاس با هم تداخل نخواهند نمود. سپس نتایج رابطه تحلیلی به دست آمده با نتایج پیشین و همچنین مدل نرم‌افزاری المان محدود مقایسه شده است.

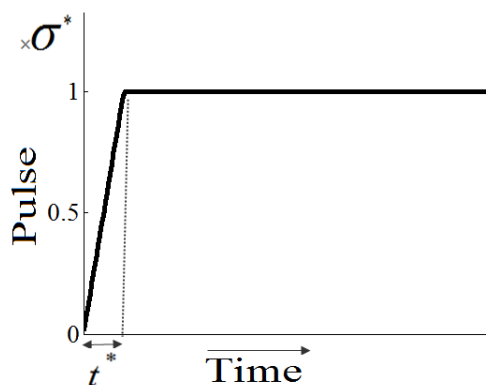
در نهایت یک روش عملی، که در زمان فراز بار موثر است، ارائه شده و تاثیرات آن‌ها بر ضریب شدت تنش دینامیکی بررسی شده است. در این روش، با قرار دادن یک نمونه واسط در بین ضربه زن و جنس هدف، می‌توان ضریب شدت تنش دینامیکی را کاهش داد.

۲- حل تحلیلی

$$H(t-t^*) = \begin{cases} 0 & t \leq t^* \\ 1 & t > t^* \end{cases} \quad (۳)$$

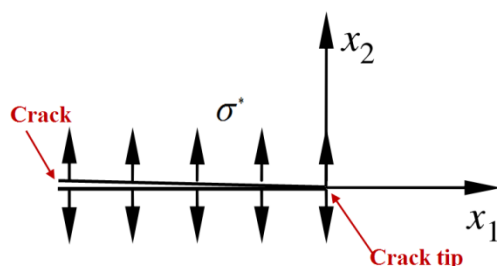
نمودار تغییرات بار برحسب زمان و همچنین مقدار زمان t^* که در آن بار وارده در حال افزایش می‌باشد، در شکل ۲ نشان داده شده است.

با در نظر گرفتن رابطه ۲ برای تغییرات بار برحسب زمان، معادلات مربوط به ضریب شدت تنش دینامیکی در نوک ترک در یک صفحه بینهایت، به صورت تحلیلی و در حالت دوبعدی محاسبه خواهد است.



شکل ۲- تغییرات بار ضربه‌ای برحسب زمان

برای محاسبه ضریب شدت تنش دینامیکی، یک جسم الاستیک خطی نامحدود در نظر بگیرید که یک ترک نیمه بی‌نهایت بر روی آن قرار دارد. فرض می‌شود که نقطه $x_2 = 0$ به عنوان مبدا مختصات در نوک ترک می‌باشد و دهانه ترک در جهت منفی x_1 گسترش یافته است (شکل ۳).



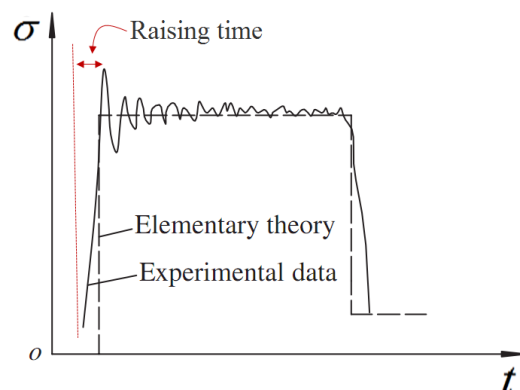
شکل ۳- مختصات به کار رفته برای تحلیل ترک

یک بار ضربه‌ای در زمان $t = 0$ عمود بر صفحه x_2 به سطح ترک وارد می‌شود و به صورت خطی افزایش می‌یابد

همان‌طور که بیان شد، در مکانیک ضربه، برای تعریف تغییرات بار ضربه‌ای برحسب زمان از تابع پله، به صورت تعریف زیر استفاده می‌شود [۳-۶]:

$$Heaviside(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (۱)$$

اما به طوری که در شکل ۱ نشان داده شده است، در رفتار واقعی سازه‌ها، به خاطر تاثیرات اینرسی، مدت زمان کوتاهی طول می‌کشد تا بار ضربه‌ای به مقدار حداکثر خود برسد [۱۰].



شکل ۱- مقایسه رفتار واقعی تغییرات بار برحسب زمان به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی [۱۰]

به همین دلیل، برای بررسی رفتار واقعی تر مواد، لازم است که مقدار زمان فراز در معادلات اعمال شود.

در اکثر تحقیقات انجام شده، تغییرات مقدار بار ضربه‌ای برحسب زمان، به صورت تابع پله در نظر گرفته شده و ضریب شدت تنش دینامیکی در ترک‌ها بر مبنای آن حل شده‌اند. در این مقاله، یک تابع ریاضی تعریف شده است که در آن مقدار بار به صورت خطی افزایش می‌یابد تا اینکه پس از گذشت مدت زمان t^* ، به مقدار نهایی خود می‌رسد و سپس در همان مقدار باقی می‌ماند.

تغییرات بار برحسب زمان به صورت تابع زیر تعریف می‌شود [۱۱]:

$$\sigma(t) = \sigma^* \left[\frac{t}{t^*} H(t) - \left(\frac{t}{t^*} - 1 \right) H(t - t^*) \right] \quad (۲)$$

که در این معادله، H تابع پله بوده و به صورت رابطه ۳ می‌باشد:

$$\begin{aligned} \sigma_{22}(x_1, 0^+, t) &= \sigma_+(x_1, t) - \\ &\sigma^* \left[\frac{t}{t^*} H(t) - \left(\frac{t}{t^*} - 1 \right) H(t - t^*) \right] H(-x_1) \\ \sigma_{12}(x_1, 0^+, t) &= 0 \\ u_2(x_1, 0^+, t) &= u_-(x_1, t) \end{aligned} \quad (7)$$

که در رابطه ۷، توابع $\sigma_+(x_1, t)$ و $u_-(x_1, t)$ به ترتیب توابع تنش و جابه‌جایی دلخواهی هستند که به شرایط مرزی اضافه می‌شوند تا این شرایط در کل بازه $-\infty < x_1 < \infty$ صدق کنند. این تغییر به این منظور صورت می‌گیرد که انتگرال لاپلاس برای بازه بینهایت تعریف شده است.

دامنه $\sigma_+(x_1, t)$ برابر $x_1 > 0$ و دامنه $u_-(x_1, t)$ برابر $x_1 < 0$ می‌باشد و هر دو توابع مجهولی هستند که باید محاسبه شوند.

با توجه به این که توابع پتانسیل در معادله موج صدق می‌کنند، حل عمومی آن‌ها در فضای لاپلاس به صورت زیر می‌باشد [۱۲].

$$\begin{aligned} \Phi(\zeta, x_2, s) &= A_1(\zeta, s)e^{-s\alpha x_2} + A_2(\zeta, s)e^{s\alpha x_2} \\ \Psi(\zeta, x_2, s) &= B_1(\zeta, s)e^{-s\beta x_2} + B_2(\zeta, s)e^{s\beta x_2} \end{aligned} \quad (8)$$

که s و ζ به ترتیب تبدیل یافته متغیر زمان و مکان در فضای لاپلاس می‌باشند.

توابع پتانسیل تبدیل یافته در فضای لاپلاس بوده و $\alpha(\zeta)$ و $\beta(\zeta)$ از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \alpha(\zeta) &= \sqrt{a^2 - \zeta^2} \\ \beta(\zeta) &= \sqrt{b^2 - \zeta^2} \\ a &= 1/C_d, \quad b = 1/C_s \end{aligned} \quad (9)$$

C_d سرعت موج حجمی و C_s سرعت موج برشی هستند. به ازای $x_2 \rightarrow \infty$ ، تابع نمایی نامحدود می‌شود در نتیجه باید این جمله از بین برود. $A_1(\zeta, s)$ و $B_1(\zeta, s)$ باید با استفاده از شرایط تبدیل یافته تعیین شود. با اعمال تبدیل لاپلاس نسبت به زمان و تبدیل لاپلاس دوگان نسبت به مکان، روابط ۷ به صورت زیر درمی‌آیند:

تا این که در زمان $t = t^*$ به مقدار حداکثر خود یعنی σ^* رسیده و در کل زمان باقی می‌ماند. با توجه به این که بار به صورت عمود وارد می‌شود، تنش برشی در سطح ترک برابر صفر است در نتیجه می‌توان از تاثیرات مود دوم شکست صرف نظر کرده و محاسبات فقط بر مبنای مود اول شکست انجام شود. با توجه به تقارن مسئله، و با فرض $x_1 > 0$ ، شرایط مرزی در $x_2 = 0$ به صورت رابطه ۴ است [۱۲]:

$$\begin{aligned} \sigma_{22}(x_1, 0, t) &= \sigma^* \quad -\infty < x_1 < 0 \\ &\times \left[\frac{t}{t^*} H(t) - \left(\frac{t}{t^*} - 1 \right) H(t - t^*) \right] \\ \sigma_{12}(x_1, 0, t) &= 0 \quad -\infty < x_1 < 0 \\ u_2(x_1, 0, t) &= 0 \quad 0 < x_1 < 0 \end{aligned} \quad (4)$$

برای حل مسئله، ابتدا دو تابع پتانسیل به صورت $\varphi(x_1, x_2, t)$ و $\psi(x_1, x_2, t)$ در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم این توابع در معادله موج صدق می‌کنند. رابطه بین توابع پتانسیل، تنش و جابه‌جایی در این مسئله، به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۲]:

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \\ \sigma_{22} &= \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_2} \right] \\ \sigma_{12} &= \mu \left[2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

که u_2 جابه‌جایی در جهت محور x_2 و σ_{22} و σ_{12} به ترتیب تنش عمودی و برشی می‌باشند. شرایط اولیه مسئله به صورت رابطه ۶ است:

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, x_2, 0) &= \frac{\partial \varphi}{\partial t}(x_1, x_2, 0) = 0 \\ \psi(x_1, x_2, 0) &= \frac{\partial \psi}{\partial t}(x_1, x_2, 0) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

روش استاندارد حل این مسئله، استفاده از تکنیک تبدیل لاپلاس می‌باشد [۱۳]. به این دلیل شرایط مرزی باید در تمام بازه x_1 تعریف شود. این امر با بسط دادن شرایط مرزی موجود، برای تمام مکان‌هایی که شرایط مرزی مورد نیاز است، صورت می‌گیرد؛ در نتیجه داریم:

در این حالت معادله ۱۲ به صورت زیر نوشته می شود:

$$-\frac{\mu R(\zeta)}{b^2 \alpha(\zeta)} U_-(\zeta) = \Sigma_+(\zeta) + \frac{\sigma^*}{\zeta} \quad (15)$$

حل معادله ۱۵ با استفاده از روش وینر-هوف برای نقاطی که دارای حل تحلیل می باشد، در مرجع [۱۲] آمده است. پس از حل، رابطه بین ضریب شدت تنش دینامیکی و جواب تحلیلی معادله فوق به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \lim_{x_1 \rightarrow 0} \sqrt{\pi x_1} \hat{\sigma}_+(x_1, s) \\ = \lim_{x_1 \rightarrow 0} \sqrt{s \zeta} \Sigma_+(s, \zeta) \\ = \lim_{x_1 \rightarrow 0} \sqrt{s \zeta} \frac{1 - e^{-t^* s}}{t^* s^3} \Sigma_+(\zeta) \end{aligned} \quad (16)$$

از طرفی با توجه به حل معادله ۱۲ در مرجع ۱۲، داریم:

$$\Sigma_+(\zeta) = \frac{i \sigma^* F_+(0)}{(-\zeta)^{\frac{1}{2}}} \quad (17)$$

که:

$$F_+(0) = \frac{\sqrt{C_d(1-2\nu)/2}}{(1-\nu)} \quad (18)$$

در نتیجه:

$$K_I(s) = \sqrt{2} \sigma^* F_+(0) \frac{1 - e^{-t^* s}}{t^* s^{\frac{5}{2}}} \quad (19)$$

با جای گذاری مقادیر فوق و استفاده از لاپلاس معکوس برای بازگرداندن نتیجه به فضای زمان-مکان داریم:

$$\begin{aligned} K_I = \frac{4\sigma^* \sqrt{C_d(1-2\nu)/\pi}}{3t^*(1-\nu)} \times \\ \left[t^{\frac{3}{2}} - (t-t^*)^{\frac{3}{2}} H(t-t^*) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

در معادله فوق، V ضریب پواسون جسم می باشد. معادله ۲۰، ضریب شدت تنش دینامیکی وابسته به زمان را برای یک ترک نیمه بینهایت ارائه می دهد که تحت بارگذاری رابطه ۲ قرار گرفته است.

۳- شبیه سازی:

مدلسازی ترک و تعیین ضریب شدت تنش دینامیکی با استفاده از نرم افزار المان محدود آباکوس در این قسمت مورد بررسی قرار گرفته است.

$$\begin{aligned} \mu \left[(b^2 - 2a^2) s^2 \zeta^2 \Phi + b^2 \frac{d^2 \Phi}{dx_2^2} \right. \\ \left. - 2s \zeta a^2 \frac{d\Psi}{dx_2} \right]_{x_2=0^+} = \\ a^2 \Sigma_+(\zeta, s) + \frac{a^2 \sigma^*}{s^3 \zeta} \left(\frac{1 - e^{-t^* s}}{t^* s^3} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mu \left[2s \zeta \frac{d\Phi}{dx_2} + \frac{d^2 \Psi}{dx_2^2} - s^2 \zeta^2 \Psi \right]_{x_2=0^+} = 0$$

$$\mu \left[\frac{d\Phi}{dx_2} - s \zeta \Psi \right]_{x_2=0^+} = U_-(\zeta, s)$$

که در رابطه فوق، $\Sigma_+(\zeta, s)$ تبدیل یافته $\sigma_+(x_1, t)$ و $U_-(\zeta, s)$ تبدیل یافته $u_-(x_1, t)$ در فضای لاپلاس می باشد.

با جای گذاری $\Phi(\zeta, x_2, t)$ و $\Psi(\zeta, x_2, t)$ از معادله ۸، سه معادله برای حل چهار مجهول $A_1(\zeta, s)$ ، $B_1(\zeta, s)$ ، $\sigma_+(x_1, t)$ و $U_-(x_1, t)$ داریم.

معادله دوم و سوم از روابط ۱۰ می توانند برای حل معادله اول و $A_1(\zeta, s)$ و $B_1(\zeta, s)$ به کار روند.

$$A_1(\zeta, s) = \frac{b^2 - 2\zeta^2}{b^2 \alpha(\zeta) s} U_-(\zeta, s) \quad (11)$$

$$B_1(\zeta, s) = \frac{2\zeta}{b^2 s} U_-(\zeta, s)$$

بنابراین از معادله اول رابطه ۱۰، یک معادله جبری برحسب دو تابع مجهول $\Sigma_+(\zeta, s)$ ، $U_-(\zeta, s)$ به دست می آید:

$$\begin{aligned} -\frac{t^* s^4}{1 - e^{-t^* s}} \frac{\mu R(\zeta)}{b^2 \alpha(\zeta)} U_-(\zeta, s) = \\ \frac{t^* s^3}{1 - e^{-t^* s}} \Sigma_+(\zeta, s) + \frac{\sigma^*}{\zeta} \end{aligned} \quad (12)$$

که:

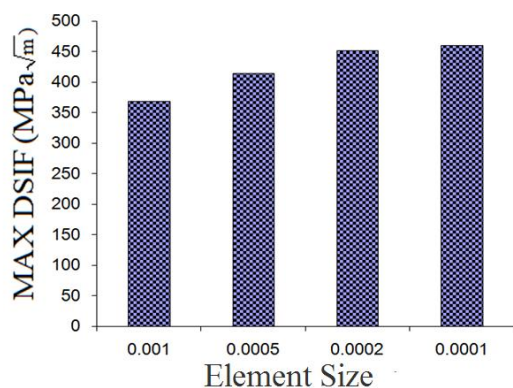
$$R(\zeta) = (b^2 - 2\zeta^2)^2 + 4\zeta^2 \alpha \beta \quad (13)$$

برای این که معادله به صورت همگن تبدیل شود، فرض می کنیم:

$$U_-(\zeta, s) = \frac{1 - e^{-t^* s}}{t^* s^4} U_-(\zeta) \quad (14)$$

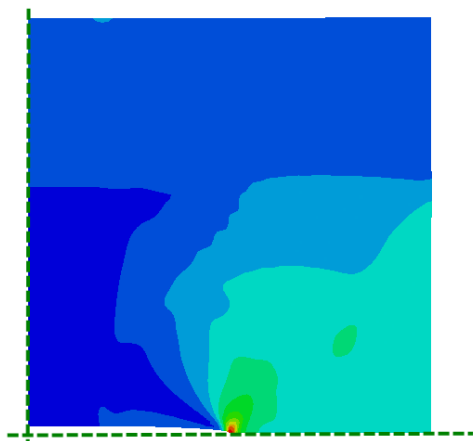
$$\Sigma_+(\zeta, s) = \frac{1 - e^{-t^* s}}{t^* s^3} \Sigma_+(\zeta)$$

می‌شود، لذا این اندازه، برای المان‌های اطراف ترک انتخاب می‌شود.



شکل ۵- اندازه بهینه المان‌ها برای شبیه‌سازی در نرم‌افزار

در شکل ۶، میدان‌های تنش اطراف ترک نشان داده شده‌اند.



شکل ۶- میدان‌های اطراف نوک ترک

برای محاسبه ضریب شدت تنش دینامیکی در شبیه‌سازی نرم‌افزاری، چند گره در فاصله بسیار نزدیک به نوک ترک انتخاب و مقدار تنش بر روی آن‌ها محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از رابطه ۲۱ که مربوط به مود اول شکست می‌باشد، مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی به دست خواهد آمد.

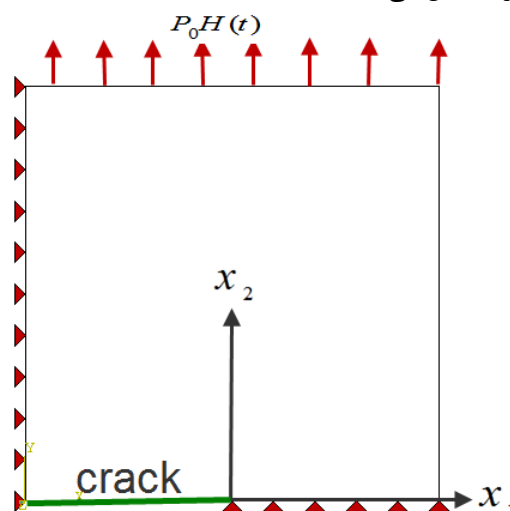
$$K_I = \sigma_y \sqrt{2\pi r} \quad (21)$$

در رابطه بالا، σ_y تنش عمودی در گره نزدیک به نوک ترک و r فاصله گره از نوک ترک می‌باشد. در شکل ۷ مقایسه بین توزیع تنش عمودی بر حسب فاصله از نوک ترک با استفاده از شبیه‌سازی نرم‌افزار با جواب معادله تحلیلی در زمان 0.002 ثانیه نشان داده شده است.

با توجه به شرایط تقارن، تنها یک چهارم از یک صفحه نامحدود با ترک مرکزی مدل خواهد شد. همچنین از آنجا که شرایط باید به صورت کرنش صفحه‌ای بررسی شود، مدل از نوع 2D در نرم‌افزار شبیه‌سازی می‌شود.

برای مدل کردن صفحه با ابعاد نامحدود دارای ترک نیمه بینهایت، صفحه‌ای مربعی با طول ضلع یک متر در نظر گرفته شده است. این ابعاد با توجه به توضیحات قبل مبنی بر عدم تداخل امواج بازگشتی از نوک ترک‌ها، اندازه مناسبی می‌باشد چون کل زمان حل برابر ۲ میلی ثانیه در نظر گرفته شده است.

شرایط تکیه‌گاهی و بار اعمالی به صورت شکل ۴ است که در آن بار اعمالی به صورت کششی بوده و شرایط مرزی در ضلع سمت چپ نسبت به صفحه X متقارن محوری بوده و در ضلع پایین نیز نیمی از ضلع به صورت متقارن محوری مقید شده و نیمی از ضلع نیز بدون قید است که به عنوان ترک عمل می‌کند.



شکل ۴- شرایط مرزی و بارگذاری ترک

المان‌های به کار رفته برای مدل‌سازی از نوع المان‌های کرنش صفحه‌ای CPE4R که مربعی ۴ گره‌ای هستند، می‌باشند.

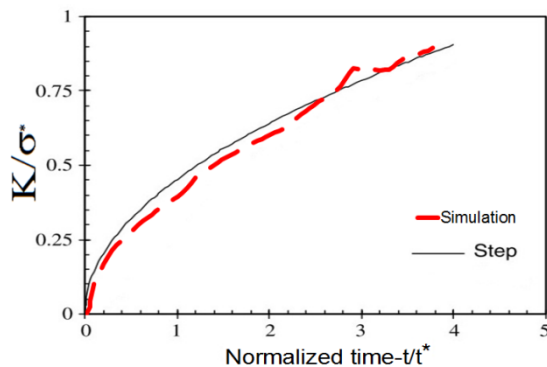
به منظور تعیین اندازه بهینه المان‌های مش‌بندی در اطراف نوک ترک، میزان ضریب شدت تنش دینامیکی برای یک بار اختیاری به ازای اندازه المان‌های مختلف، محاسبه شده و با هم مقایسه می‌شود. همان‌طور که از نمودار شکل ۵ می‌توان فهمید، برای اندازه المان 0.0001 ، تغییرات ضریب شدت تنش دینامیکی تقریباً ثابت

در روش دوم ابتدا، شبیه‌سازی در نرم‌افزار المان محدود با استفاده از تابع بار پله‌ای انجام شده است و نتایج با مقادیر تحلیلی مرجع [۱۲] مقایسه شده است. پس از اطمینان از صحت روش شبیه‌سازی، در مرحله دوم، بار به صورت رابطه ۲ که در این مقاله مطرح شده، بر نمونه اعمال و نتایج با نتایج تحلیلی مقایسه می‌شود. برای این منظور، بار کششی برابر ۱۰ MPa به یک صفحه از جنس فولاد وارد می‌شود. خواص مکانیکی صفحه در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- خواص مکانیکی فولاد به کار رفته در مدل‌سازی

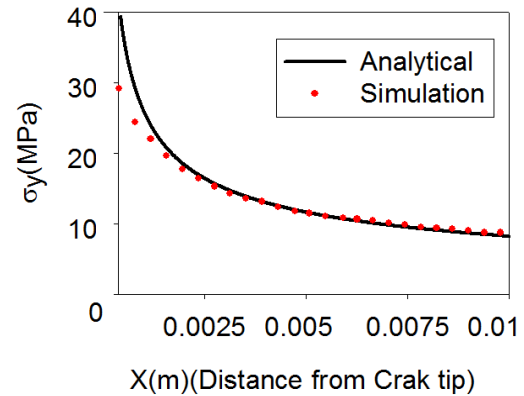
جنس	مدول الاستیسیته (GPa)	چگالی kg/m^3	ضریب پواسون
فولاد	۲۰۰	۷۸۰۰	۰/۳

شکل ۹، مقادیر ضریب شدت تنش دینامیکی به دست آمده از شبیه‌سازی نرم‌افزاری را با نتایج حاصل از رابطه تحلیلی بار پله‌ای مقایسه می‌کند.



شکل ۹- مقایسه نتایج شبیه‌سازی با معادله تحلیلی [۱۲]

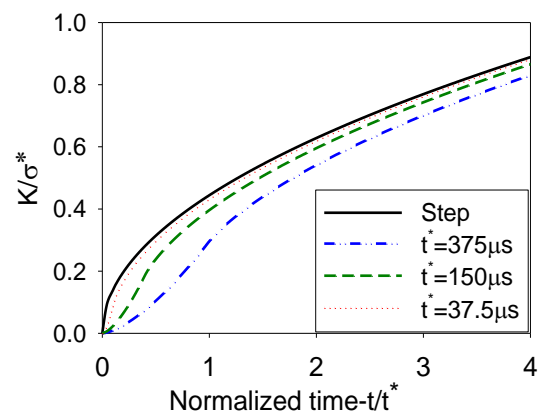
نتایج این مقایسه، انطباق قابل قبولی را بین نتایج شبیه‌سازی و تحلیلی نشان می‌دهد. شکل ۱۰، مقادیر ضریب شدت تنش دینامیکی که با استفاده از رابطه ۲۰ به دست آمده است را، با نتایج شبیه‌سازی نرم‌افزاری مقایسه می‌کند. نتایج به دست آمده تقریباً انطباق خوبی دارند که می‌تواند بیان‌گر صحت معادله به دست آمده باشد.



شکل ۷- مقایسه توزیع تنش عمودی بر حسب فاصله از نوک ترک به صورت تحلیلی و شبیه‌سازی

۴- صحت‌سنجی نتایج:

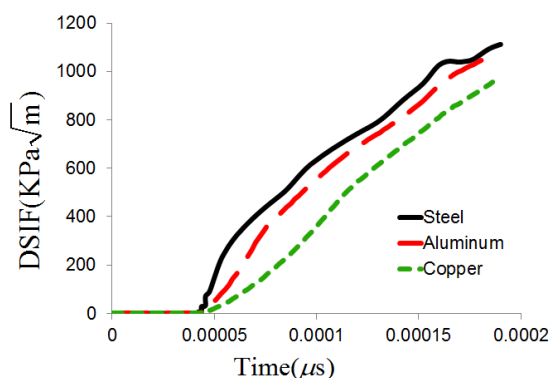
برای صحت‌سنجی رابطه تحلیلی به دست آمده از دو روش استفاده شده است. همان‌طور که از تابع ریاضی بارگذاری‌ها مشخص است، انتظار می‌رود که برای مقادیر بسیار کوچک t^* مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی به دست آمده از رابطه تحلیلی این مقاله با مقدار رابطه تابع پله که در مرجع ۱۲ به دست آمده است، برابر باشد. در شکل ۸، مقادیر ضریب شدت تنش دینامیکی برای سه مقدار متفاوت t^* ، با بار پله‌ای مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با کم شدن زمان فراز بار (t^*)، میزان ضریب شدت تنش دینامیکی از هر دو معادله بر هم منطبق می‌شوند. که این مسئله می‌تواند بیان‌گر صحت معادله به دست آمده باشد.



شکل ۸- مقایسه نتایج رابطه ۱۹ با نتایج تحلیلی [۱۲] برای زمان‌های مختلف

محل برخورد، یک نمونه مسی و آلومینیومی قرار داده شده است.

خواص مکانیکی نمونه‌های آلومینیومی و مسی که از رابطه جانسون-کوک تبعیت می‌کنند در مرجع [۱۴] ذکر شده است.



شکل ۱۱- تاثیرات واسط آلومینیومی و مسی در مقایسه با برخورد مستقیم بر ضریب شدت تنش دینامیکی

همان‌طور که در نمودار شکل ۹ می‌توان مشاهده کرد، وجود نمونه واسط بین برخورد کننده‌ها، با بالا بردن زمان فراز بار وارد شده، باعث کاهش مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی، در برخوردهای یکسان می‌شود. که این مسئله احتمال رشد ترک و شکست را کاهش می‌دهد.

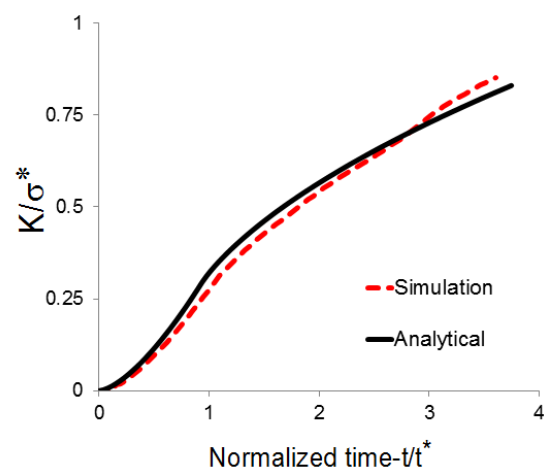
۶- نتیجه‌گیری:

در این مقاله، رابطه‌ای تحلیلی برای تعیین میزان ضریب شدت تنش دینامیکی در نوک ترک، برای جسمی که زیر بار ضربه‌ای قرار گرفته است، به دست آمد.

برخلاف تحقیقات گذشته، که بار را به صورت تابع پله‌ای و ایده‌آل تعریف می‌کردند، در این تحقیق، بار وارده برای مدت زمان کوتاهی به صورت خطی افزایش می‌یابد تا به مقدار نهایی خود برسد. این فرض با توجه به رفتار واقعی مواد، دقیق‌تر است.

از طرفی، همان‌طور که مشاهده شد، در مقدار بار ثابت، با افزایش زمان فراز بار ضربه‌ای وارده، میزان ضریب شدت تنش دینامیکی کاهش یافته و با کاهش مقدار این ضریب، احتمال شکست و گسترش ترک نیز کم می‌شود.

در نهایت، یک روش عملی برای بالا بردن میزان زمان فراز و به دنبال آن کاهش مقدار ضریب شدت تنش



شکل ۱۰- مقایسه نتایج تحلیلی مقاله با نتایج شبیه‌سازی

۵- بحث و بررسی

همان‌طور که از مقایسه نمودارهای شکل ۸ می‌توان فهمید، با افزایش زمان فراز بار ضربه‌ای، مقدار ضریب شدت تنش دینامیکی کاهش می‌یابد. در نتیجه برای جسمی که دارای ترک است، اگر بتوانیم شرایطی را فراهم آوریم که در هنگام اعمال بار ضربه‌ای به آن، مقدار زمان فراز بار بالاتر رود، می‌توان انتظار داشت که احتمال شکست در آن کاهش می‌یابد.

در عمل، این کار با قرار دادن یک جسم واسط در بین نمونه دارای ترک و برخورد کننده صورت می‌گیرد. جنس نمونه واسط باید نرم‌تر (تنش تسلیم و سختی پایین‌تر) از ماده دارای ترک باشد [۱۴-۱۶]. در واقع، هنگام اعمال بار ضربه‌ای، ماده نرم‌تر با افزایش زمان فراز بار اعمال شده، میزان ضریب شدت تنش دینامیکی را کاهش داده و به دنبال آن احتمال شکست نیز کاهش می‌یابد.

در شکل ۱۱، نمودار تاثیرات قرار گرفتن یک پد واسط در محل برخورد دو جسم که یکی از آن‌ها دارای ترک می‌باشد، نشان داده شده است.

در این نمودار، جسم دارای ترک و جسم برخورد کننده هر دو از جنس فولاد می‌باشند که مشخصات مکانیکی آن در جدول ۱ ذکر شد.

سرعت برخورد برابر ۱۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است.

در حالت اول، فرض شده است که دو نمونه به صورت مستقیم با هم برخورد کنند. اما در حالت‌های بعد، در

دینامیکی در برخورد‌های نمونه‌های دارای ترک ارائه شد که در این روش با استفاده از یک پد واسط در محل برخورد، می‌توان، ضریب شدت تنش دینامیکی را برای برخورد‌های مشابه کاهش داد.

۷- مراجع

- [1] Sih, G.C. (1977). "Elastodynamic crack problems". vol. 4: Springer.
- [2] Wen, P., Aliabadi, M.H., Rooke, D.P. (1996). "The influence of elastic waves on dynamic stress intensity factors (two-dimensional problems)". *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 66, pp. 326-33.
- [3] Rubio-Gonzalez, C., Mason, J. (2002). "Dynamic stress intensity factor due to concentrated loads on a propagating semi-infinite crack in orthotropic materials". *International journal of fracture*, vol. 118, pp. 77-96.
- [4] Ing, Y.S., Ma, C.C. (2005). "Exact transient full-field analysis of a finite crack subjected to dynamic anti-plane concentrated loadings in anisotropic materials". *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, vol. 461, pp. 509-539.
- [5] Rodríguez-Castellanos, A., Rodríguez-Sánchez, J.E., Núñez-Farfán, J., Olivera-Villaseñor, R.E. (2006). "Crack effects on the propagation of elastic waves in structural elements". *Revista mexicana de física*, vol. 52, pp. 104-110.
- [6] Itou, S. (2007). "Dynamic stress intensity factors around a cylindrical crack in an infinite elastic medium subject to impact load". *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, pp. 7340-7356.
- [7] Itou, S. (2013). "Effect of couple-stresses on the Mode I dynamic stress intensity factors for two equal collinear cracks in an infinite elastic medium during passage of time-harmonic stress waves". *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, pp. 1597-1604.
- [8] Malezhik, M.P., Malezhik, O.P., Chernyshenko, I.S. (2006). "Photoelastic determination of dynamic crack-tip stresses in an anisotropic plate". *International Applied Mechanics*, vol. 42, pp. 574-581.
- [9] Ravi-Chandar, K. (2004). "Dynamic fracture". Elsevier Science.
- [10] Wang, L. (2007). "Foundations of stress waves". Elsevier Science Limited.
- [11] Zhang, Ch., Gross, D., Zhang, Ch. (1998). "On wave propagation in elastic solids with cracks". *Computational Mechanics Publications Southampton*.
- [12] Freund, L.B. (1998). "Dynamic fracture mechanics". Cambridge university press.
- [13] Milne, I., Ritchie, R.O., Karahaloo, B.L. (2013). "Comprehensive structural integrity". vol. 4, Elsevier.
- [14] Ramírez, H., Rubio-Gonzalez, C. (2006). "Finite-element simulation of wave propagation and dispersion in Hopkinson bar test". *Materials & design*, vol. 27, pp. 36-44.
- [15] Elkaranshaw, H.A., Bajaba, N.S. (2012). "A Finite Element Simulation of Longitudinal Impact Waves in Elastic Rods". in *Materials with Complex Behaviour II*, Vol. 16, pp. 3-17.
- [16] Lu, Y., Li, Q. (2010). "Appraisal of pulse-shaping technique in split Hopkinson pressure bar tests for brittle materials". *International Journal of Protective Structures*, vol. 1, pp. 363-390.