

طراحی بهینه هسته در سازه‌های لانه زنبوری تحت بار فشاری با استفاده از روش رقابت استعماری

عبدالحسین فریدون^۱ و آرش محمدزاده^{۲*}

| اطلاعات مقاله | چکیده |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>واژگان کلیدی: مقاله، سازه لانه زنبوری، وزن کمینه، پانل ساندویچی، بهینه سازی عددی، الگوی رقابت استعماری.</p> | <p>ساختار پانل‌های لانه زنبوری متشکل از سلولهای شش ضلعی میان تهی است که دیوار آنها بر خلاف سایر پانل‌های ساندویچی، عمود بر صفحات پوسته قرار می‌گیرد و طراحی آنها اغلب بر مبنای وزن کمینه انجام می‌شود. در این مقاله، ابعاد هسته لانه زنبوری به گونه‌ای محاسبه شده تا کمترین وزن را داشته باشد. بهینه‌سازی وزن نسبت به بارگذاری از دو روش تحلیلی و عددی انجام شده است. بهینه‌سازی عددی به روش رقابت استعماری انجام شده است. پارامترهای هندسی و وزن بهینه برای دو مقطع شش ضلعی و چهار ضلعی محاسبه و وزن بهینه ناشی از آنها مقایسه شده است.</p> |

۱- مقدمه

لانه زنبوری به سازه ای گفته می شود که از چیده شدن سلول های باز (میان تهی) در کنار هم به وجود می آید. این سلول ها از اتصال ورق های بسیار نازکی از ماده ای خاص به یکدیگر تشکیل شده و شکل های مختلفی دارند. معروف ترین آنها عبارتند از شش ضلعی، مستطیلی و دایره ای [۱-۳]. در طی سال های بسیاری سازه های ساندویچی با هسته سبک، پیشنهادی متداول برای سازه های تحت فشار بوده است [۴]. به دلیل صرفه جویی در هزینه تولید یا داشتن وزن مناسب در سازه پانل‌های ساندویچی، طراحی آنها بر اساس حداقل وزن اهمیت ویژه‌ای دارد [۵]. البته مسئله نیز به تازگی از روش بهینه

سازی مبتنی بر الگوریتم برنامه ریزی درجه دوم متوالی^۲، توسط تیان^۳ و لیو^۴ برای طراحی بهینه پانل های کرکره ای^۵ استفاده شده است [۵]. حداقل وزن هسته به هندسه آن بستگی دارد به گونه ای که در هیچ جای آن تسلیم، کمانش موضعی و کمانش کلی اتفاق نیافتد [۱۳]. روش تحلیلی اولین بار توسط جرارد^۶ ارائه شد [۴] که در اینجا برای استفاده در هسته‌های لانه زنبوری تغییراتی در آن ایجاد شده است.

در این مقاله وزن بهینه سلول لانه زنبوری محاسبه شده است. این کار برای شکل‌های مختلف شش ضلعی و چهارضلعی - که تحت بارگذاری محوری فشاری قرار دارد،

² Sequential Quadratic Programming (SQP)

³ Tian

⁴ Lu

⁵ Corrugated Panels

⁶ Gerard

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Arash_MG@semnan.ac.ir

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

ممان اینرسی هسته موردنظر حول محور X از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I = \frac{2tH^2}{3\lambda} \sqrt{4H^2 + (\lambda - 2b)^2} + \frac{2btH^2}{\lambda} \quad (۱)$$

مساحت سطح مقطع بر واحد عرض به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A = \frac{2t\sqrt{4H^2 + (\lambda - 2b)^2}}{\lambda} + \frac{4bt}{\lambda} \quad (۲)$$

وزن کل هسته بر واحد عرض عبارت است از :

$$W = \rho L \left[\frac{2t\sqrt{4H^2 + (\lambda - 2b)^2}}{\lambda} + \frac{4bt}{\lambda} \right] \quad (۳)$$

در طراحی شرایط تکیه گاهی دو طرف هسته (در جهت ارتفاع L) بصورت غلتکی^۲ در نظر گرفته شده است. وزن هسته با توجه به شرایط مرزی و با تنش حداکثر

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

باید کمینه شود، به نحوی که هیچ یک از چهار حالت واماندگی^۳ که در زیر آورده شده اتفاق نیفتاد.

۲-۱- کمناش کلی

هیچ جایی از هسته دچار کمناش کلی^۴ نمی‌شود، اگر [۷و۶] رابطه زیر حاکم باشد:

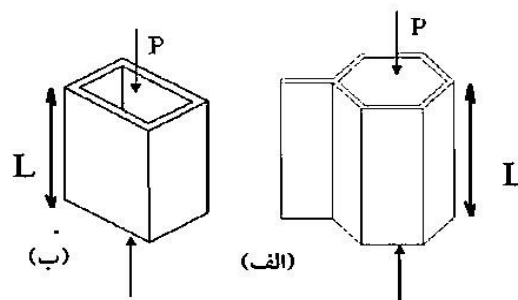
$$\sigma \leq \sigma_1 = \frac{\pi^2 EI}{AI^2} \quad (۴)$$

۲-۲- کمناش موضعی در دیوار آزاد

با برقراری رابطه زیر برای تنش در دیوار آزاد، کمناش موضعی^۵ اتفاق نمی‌افتد [۶]:

$$\sigma \leq \sigma_1 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\frac{1}{2} \sqrt{4H^2 + (\lambda - 2b)^2}} \right)^2 K_c^2 \quad (۵)$$

انجام شده است (شکل ۱). بهینه سازی عددی با روشی مبتنی بر الگوی رقابت استعماری^۱ انجام شده است.

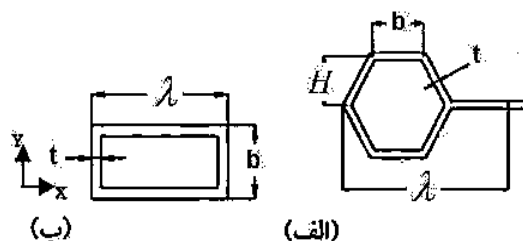


شکل ۱- شکل های مختلف هسته لانه زنبوری با ارتفاع L، تحت فشار یکنواخت: الف) هسته شش ضلعی؛ ب) هسته چهار ضلعی

۲- روش طراحی

در شکل ۲ پارامترهای هندسی که مقاطع مورد نظر را به طور کامل تعریف می‌کنند، مشخص شده است. در این بخش معادلات حاکم مربوط به مقطع شش ضلعی آورده شده است (شکل ۲-الف).

فرض شده که سلول لانه زنبوری تحت بارگذاری فشاری P (بر واحد عرض) قرار دارد. λ به عنوان عرض هسته در نظر گرفته شده است. هسته از ماده ای با چگالی وزنی ρ ، مدول الاستیسیته E، ضریب پواسون ν و تنش تسلیم σ_y ساخته شده است.



شکل ۲- پارامترهای هندسی ابعاد مقاطع: الف) مقطع شش ضلعی؛ ب) مقطع چهارضلعی

² Simply Supported

³ Failure

⁴ Overall Buckling

⁵ Local Buckling

¹ Imperialist Competitive Algorithm

$$\bar{W} = \frac{W}{\rho L^2} = 2\bar{t} \sqrt{4\left(\frac{H}{\lambda}\right)^2 + (1-2\frac{b}{\lambda})^2 + 4\frac{b}{\lambda}} \quad (۸)$$

۳-۱- بهینه سازی تحلیلی

در بهینه‌سازی تحلیلی، وزن سازه با در نظر گرفتن تمامی موده‌های واماندگی به طور هم زمان باید کمینه شود [۴]. تنش کمانش کلی σ_1 ، کمانش موضعی دیوار آزاد σ_2 و کمانش موضعی گره σ_3 موده‌های واماندگی را برای طراحی بهینه این روش در محدوده الاستیک تشکیل می‌دهند. در روش تحلیلی، معادله‌های زیر برای بهینه‌سازی وزن باید حل شود:

$$\sigma_1 = \frac{\pi^2 EI}{Al^2} \quad (۹الف)$$

$$\sigma_2 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\frac{1}{2}\sqrt{4H^2 + (\lambda - 2b)^2}} \right)^2 K_c^2 \quad (۹ب)$$

$$\sigma_3 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 K_c^2 \quad (۹ج)$$

با توجه به دستگاه معادلات فوق باید پارامترهای هندسی برحسب بارگذاری بی بعد و یکی از پارامترهای ابعادی محاسبه شده و با جاگذاری در رابطه (۸) و کمینه سازی آن، مقدار بهینه وزن و پارامترهای هندسی به دست می‌آید. برای قابل حل بودن دستگاه فوق باید $\frac{b}{\lambda}$ و $\frac{H}{\lambda}$ بطور مستقل تعریف شود.

معادلات (۱۰) رابطه \bar{t} و $\bar{\lambda}$ بر حسب $\frac{b}{\lambda}$ و $\frac{H}{\lambda}$ و همچنین رابطه بین $\bar{\lambda}$ و $\frac{H}{\lambda}$ را نشان می‌دهند:

که در آن ضریب K_c به شرایط تکیه گاهی دیوار آزاد سلول بستگی دارد. در پانل‌های کرک‌های برای ورقه‌هایی از هسته (که دارای گوشه هستند و از یک نقطه با پوسته در تماس هستند) شرایط مرزی دوطرف ورق به صورت غلتکی در نظر گرفته شده است. بنابراین در محاسبات حاضر $K_c^2 = 4$ قرار داده می‌شود. تاثیر شرایط مرزی اعمال شده بر نتایج بهینه‌سازی معمولاً کوچک است [۵].

۳-۲- کمانش موضعی در گره

با برقراری رابطه زیر برای تنش در گره سلول کمانش موضعی اتفاق نمی‌افتد [۶]:

$$\sigma \leq \sigma_1 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 K_c^2 \quad (۶)$$

۳-۴- تنش تسلیم

تسلیم در هیچ نقطه‌ای از هسته رخ نمی‌دهد، در صورتیکه تنش حاصل در آن با توجه به رابطه زیر باشد:

$$\sigma \leq \sigma_y \quad (۷)$$

در بهینه‌سازی حاضر کمانش در محدوده غیرالاستیک^۱ ملحوظ نشده است.

۳-۳- روش طراحی

بار محوری P و ارتفاع هسته L، مقادیر مشخصی فرض

شده‌اند. بار بی‌بعد به صورت $\bar{P} = \frac{P}{EL}$ و ابعاد هندسی

بی‌بعد بصورت $\bar{b} = \frac{b}{L}$ ، $\bar{H} = \frac{H}{L}$ ، $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{L}$ ، $\bar{t} = \frac{t}{L}$

تعریف شده است. وزن بی‌بعد نیز با رابطه زیر تعریف می‌شود.

¹ Inelastic

$$\bar{t}^4 = \frac{(4(\frac{H}{\lambda})^2 + (1 - 2(\frac{b}{\lambda})^2) \times \frac{9(1 - \nu^2)}{4\pi^4 K_c^2})}{(\frac{H}{\lambda})^2 (\sqrt{4(\frac{H}{\lambda})^2 + (1 - 2\frac{b}{\lambda})^2} + 2\frac{b}{\lambda}) (\sqrt{4(\frac{H}{\lambda})^2 + (1 - 2\frac{b}{\lambda})^2} + 3\frac{b}{\lambda})} \times \bar{p}^2 \quad (10\text{-الف})$$

$$\bar{\lambda} = \left[\frac{1/225 \frac{\sqrt{K_c}}{\pi(1 - \nu^2)^{\frac{1}{4}}} \times \frac{(\sqrt{4(\frac{H}{\lambda})^2 + (1 - 2\frac{b}{\lambda})^2} + 2\frac{b}{\lambda})^{\frac{1}{4}}}{(\frac{H}{\lambda})^{\frac{3}{2}} (\sqrt{4(\frac{H}{\lambda})^2 + (1 - 2\frac{b}{\lambda})^2} + 3\frac{b}{\lambda})^{\frac{3}{4}} (4(\frac{H}{\lambda})^2 + (1 - 2\frac{b}{\lambda})^2)^{\frac{1}{4}}}}{4\sqrt{p}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10\text{-ب})$$

$$(\frac{H}{\lambda})^2 = (\frac{b}{\lambda}) - \frac{1}{4} \quad (10\text{-ج})$$

۲-۲- بهینه سازی عددی

در این روش تنش σ باید در حدی باشد که تمامی معیارهای واماندگی شامل کمانش کلی، کمانش موضعی دیوار آزاد، کمانش موضعی گره و تنش تسلیم در محدوده امن قرار گیرند. در این روش بهینه سازی با تابع هدف وزن و توابع قید (۴) تا (۷) انجام شده است حالت بی بعد قیود در اینجا آورده می‌شود:

$$\frac{1}{\pi^2} \frac{p l^3}{EL I} - 1 \leq 0 \quad (15\text{-الف}) \text{ حالت } 1-2$$

$$(15\text{-ب}) \text{ حالت } 2-2$$

$$\frac{p}{EL} \frac{12(1 - \nu^2)}{\pi^2 K_c^2 \frac{A}{L}} \left(\frac{\sqrt{4\bar{H}^2 + (\bar{\lambda} - 2\bar{b})^2}}{2\bar{t}} \right)^2 \leq 1$$

$$(15\text{-ب}) \text{ حالت } 3-2$$

$$\frac{p}{EL} \frac{12(1 - \nu^2)}{\pi^2 K_c^2 \frac{A}{L}} \left(\frac{\bar{b}}{\bar{t}} \right)^2 \leq 1$$

$$(15\text{-ب}) \text{ حالت } 4-2$$

$$\frac{p}{EL} \times \frac{E}{\sigma_y} \times \left(\frac{1}{\frac{A}{L}} \right) - 1 \leq 0$$

مسئله بهینه سازی فوق مسأله ای با تابع هدف و قیود غیرخطی است [۸-۱۰]. برای حل این مسأله از روش بهینه سازی رقابت استعماری (ICA) استفاده شده است.

با جاگذاری روابط فوق در رابطه (۸) تابع وزن بصورت تابعی از

بارگذاری بی بعد و $\frac{b}{\lambda}$ بدست می‌آید.

$$\bar{W} = f\left(\frac{b}{\lambda}, \bar{p}\right) \quad (11)$$

با فرض مشخص بودن \bar{p} و کمینه سازی \bar{W} مقدار

بهینه $\frac{b}{\lambda}$ بدست می‌آید و سپس میتوان نسبت بهینه را برای $\frac{H}{\lambda}$ محاسبه کرد:

$$\frac{b}{\lambda} = \frac{1}{3} \quad (12)$$

$$\frac{H}{\lambda} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (13)$$

با توجه به روابط (۱۲)، (۱۳) و جاگذاری آنها در روابط (۱۰) مقدار کمینه برای وزن هسته را می‌توان بصورت تابعی از بار بی بعد بدست آورد:

$$\frac{W}{\rho L^2} = \alpha \sqrt{\frac{p}{EL}} \quad (14)$$

در رابطه فوق برای مقطع شش ضلعی، $\alpha = 0.894$ بدست می‌آید. با جاگذاری (۱۲) و (۱۳) در روابط (۱۰) مقادیر بهینه ابعاد هسته بدست می‌آید.

۳-۳- الگوریتم رقابت استعماری (ICA)

الگوریتم رقابت استعماری اولین بار در سال ۲۰۰۷ توسط آتش پز و کارولوکس مطرح شد [۱۱]. با توجه به قدرت فوق‌العاده این الگوریتم در یافتن نقطه بهینه سراسری مسائل پیچیده، سریعاً مورد اقبال محققان در زمینه‌های مختلف قرار گرفت.

این الگوریتم نظیر سایر روش‌های بهینه‌سازی ابتکاری با یک جمعیت اولیه آغاز می‌شود. در این الگوریتم هر عنصر جمعیت یک کشور (معادل کروموزوم در الگوریتم ژنتیک) نامیده می‌شود. کشورها نیز به دو دسته کشورهای در حال توسعه^۱ و کشورهای توسعه یافته^۲ تقسیم می‌شوند. هر کشور توسعه‌یافته، بسته به قدرت خود، تعدادی از کشورهای در حال توسعه را به سلطه خود در آورده و در مجموع یک امپراطوری را تشکیل می‌دهد. برای پیاده‌سازی این الگوریتم، در ابتدا یک آرایه $1 \times N_{var}$ بعدی (کشور) از متغیرهای مسئله $P_1, P_2, \dots, P_{N_{var}}$ در نظر گرفته می‌شود.

$$Country = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{var}}] \quad (16)$$

در حل یک مسئله بهینه‌سازی، این روش به دنبال یافتن کشوری با بهترین موقعیت می‌باشد، که در حقیقت معادل یافتن بهترین پارامترهای مسئله است که کمترین مقدار تابع هزینه را تولید می‌کنند. هزینه یک کشور با ارزیابی تابع هزینه f در متغیرهای طراحی به دست می‌آید:

$$Cost_i = f(Country_i) = f(p_1, p_2, \dots, p_{N_{var}}) \quad (17)$$

برای شروع الگوریتم، تعداد N_{coun} کشور اولیه به صورت تصادفی ایجاد می‌شود. تعداد N_{imp} تا از بهترین اعضای این جمعیت (کشورهای دارای کمترین مقدار تابع هزینه) به عنوان کشورهای توسعه یافته انتخاب شده و بقیه آنها (N_{col}) کشورهای در حال توسعه را تشکیل می‌دهند. برای

تقسیم کشورهای در حال توسعه اولیه بین امپراطوری‌ها، به هر امپراطوری تعدادی کشور متناسب با قدرت آنها تعلق می‌گیرد. تعداد اولیه کشورهای در حال توسعه یک امپراطوری به صورت رابطه (۱۸) تعیین می‌شود [۱۱].

$$N.C_n = round \left\{ \frac{\cos t_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} \cos t_i} \right\} \times N_{col} \quad (18)$$

در این رابطه $N.C_n$ ، تعداد اولیه کشورهای در حال توسعه امپراطوری n ام و N_{col} تعداد کل کشورهای در حال توسعه موجود در جمعیت کشورهای اولیه است. پس از تعیین تعداد کشورهای در حال توسعه هر امپراطوری، تعداد $N.C_n$ تا از کشورهای در حال توسعه اولیه به صورت تصادفی انتخاب شده و به امپراطوری n ام اختصاص داده می‌شود.

قدرت کل یک امپراطوری به صورت مجموع قدرت کشور توسعه یافته $(cost(imp))$ به اضافه درصدی از میانگین قدرت کشورهای در حال توسعه $mean(cost(col))$ آن تعریف می‌شود [۱۱]:

$$T.C_n = cost(imp) + \% \xi (mean(cost(col))) \quad (19)$$

در رابطه (۱۹)، $T.C_n$ قدرت کل امپراطوری n ام و ξ عددی مثبت و معمولاً بین صفر و یک و نزدیک به صفر در نظر گرفته می‌شود. برای مقادیر کوچک ξ قدرت کل یک امپراطوری، تقریباً برابر با هزینه حکومت مرکزی آن (کشور توسعه یافته) می‌شود.

دو رکن اصلی این الگوریتم، سیاست جذب و رقابت استعماری است. بر اساس سیاست جذب، کشورهای توسعه یافته سعی در به تحت سلطه کشیدن کشورهای در حال توسعه با تغییر در فرهنگ و رسوم آنها دارند. این سیاست منجر به گرایش کشورهای در حال توسعه به طرف کشورهای توسعه یافته می‌شود. در شکل ۳ این پدیده به تصویر کشیده شده است [۱۲].

¹ Colony

² Imperialist

در این رابطه $T.C_n$ هزینه کل امپراطوری n ام و $N.T.C_n$ هزینه کل نرمالیزه شده آن امپراطوری می‌باشد. حال با داشتن هزینه کل نرمالیزه شده، احتمال تصاحب کشور در حال توسعه، توسط هر امپراطوری از رابطه زیر به دست می‌آید.

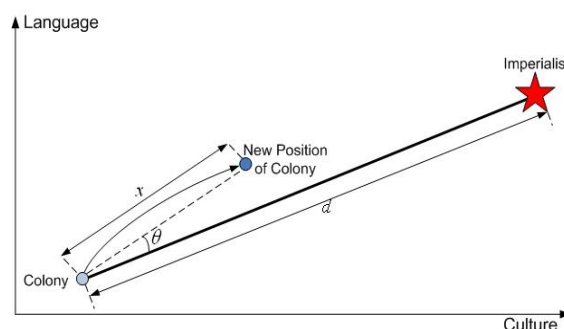
$$P_{P_n} = \frac{N.T.C_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} N.T.C_n}, n = 1, 2, \dots, N_{imp} \quad (22)$$

باید توجه داشت که کشورهای در حال توسعه مذکور توسط قوی‌ترین امپراطوری، مکانیزمی همانند چرخه رولت مورد نیاز دارد تا کشور در حال توسعه مورد رقابت را با احتمالی متناسب با قدرت امپراطوری‌ها در اختیار یکی از آنها قرار دهد. در کنار امکان استفاده از چرخ رولت، مکانیزم جدیدی در این فرآیند استفاده شده است که نسبت به چرخ رولت نیاز به هزینه محاسباتی بسیار کمتری می‌باشد. این مکانیزم، عملیات نسبتاً زیاد مربوط به محاسبه تابع توزیع جمعی احتمال^۱ که در چرخه رولت مورد نیاز است را حذف می‌کند و فقط به داشتن تابع چگالی احتمال^۲ نیاز دارد [۱۲].

در نهایت الگوریتم رقابت استعماری منجر به حالتی می‌شود که تنها یک امپراطوری باقی می‌ماند. این حالت در الگوریتم رقابت استعماری وقتی اتفاق می‌افتد که به نقطه بهینه برسد و الگوریتم متوقف شود.

در این مقاله هر کشور دارای سه متغیر پیوسته d_c/l ، H/l و d_c/l می‌باشد و شاخص وزن به عنوان تابع هزینه آن محاسبه می‌گردد.

برنامه بهینه‌سازی الگوریتم رقابت استعماری در نرم افزار متلب^۳ نوشته شده که قابلیت افزودن متغیرها و قیدهای جدید را نیز دارا می‌باشد. برای اعمال قیود و ارزش کمی آنها از تابع جریمه استفاده شده، که اندازه تابع نهایی



شکل ۳- حرکت واقعی مستعمرات به سمت امپریالیست [۱۱]

در شکل ۳، پارامترهای θ و x اعدادی تصادفی با توزیع یکنواخت و d فاصله بین کشور در حال توسعه و توسعه یافته است:

$$\theta \approx U(-\gamma, \gamma) \quad (20)$$

$$x \approx U(0, \beta \times d), \beta > 1$$

که β و γ اعداد اختیاری بوده و معرف محدوده‌ای هستند که کشورهای در حال توسعه به‌طور تصادفی در اطراف کشور توسعه یافته در حال جستجو می‌باشند. اگر در حین این حرکت، یک کشور در حال توسعه‌ای نسبت به کشور توسعه یافته، به موقعیت بهتری دست پیدا کند، جای آن دو با هم عوض می‌شود. به عبارتی کشور در حال توسعه، کل کشورهای آن امپراطوری را تحت سلطه خود در می‌آورد و به یک کشور توسعه یافته تبدیل می‌شود.

بر اساس رقابت استعماری، هر امپراطوری که نتواند بر قدرت خود بیفزاید و قدرت رقابت خود را از دست بدهد، حذف خواهد شد. این حذف شدن، به صورت تدریجی صورت می‌گیرد. بدین معنی که به مرور زمان، امپراطوری‌های ضعیف، کشورهای در حال توسعه امپراطوری ضعیف‌تر، رقابتی میان کلیه امپراطوری‌ها ایجاد می‌شود. برای محاسبه احتمال تصاحب این کشورها توسط هر امپراطوری، ابتدا باید از روی هزینه کل هر امپراطوری، هزینه نرمالیزه شده آن را تعیین کرد.

$$N.T.C_n = \max_i \{T.C_n\} - T.C_n \quad (21)$$

¹ Cumulative distribution function (CDF)

² Probability density function (PDF)

³ MATLAB

$$\frac{p}{EL} \times \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K_c^2 \left[2\bar{t} \left(1 + \frac{\bar{b}}{\lambda} \right) \right]} \times \left(\frac{\bar{\lambda}}{t} \right)^2 - 1 \leq 0$$

(۲۴-د) تسلیم

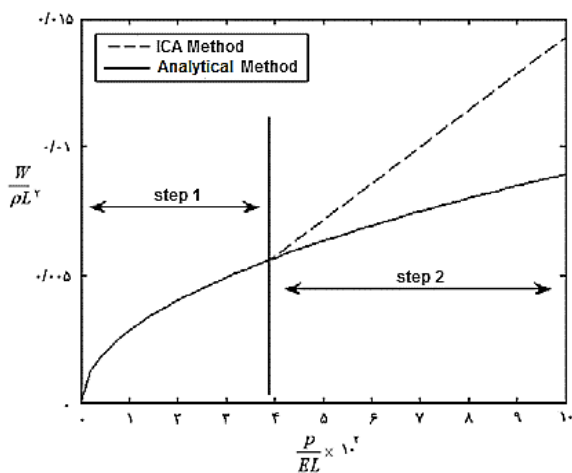
$$\frac{p}{EL} \times \frac{1}{\varepsilon_y} \times \frac{1}{\left[2\bar{t} \left(1 + \frac{\bar{b}}{\lambda} \right) \right]} - 1 \leq 0$$

۵- نتایج و بحث

برای هسته‌ای با مقطع شش ضلعی وزن کمینه بی بعد، حاصل از روش های تحلیلی و عددی در شکل ۴ بر حسب بار بی بعد نشان داده شده است. فرض شده که کرنش

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = 0.007$$

تسلیم ماده است.



شکل ۴- تغییرات \bar{W} بر حسب بار وارد شده بی بعد، از روش تحلیلی و روش ICA

قبل از اینکه بارگذاری به حد تنش تسلیم برسد، وزن کمینه بر طبق رابطه (۱۴) با بارگذاری بی بعد درارتباط است. به دلیل دقت خوبی که در روش عددی وجود داشت، در هر دو روش $\alpha = 0.894$ به دست آمده است. لازم است ذکر شود که در [۵] این روش با نرم افزار IMSL پیاده سازی شده و مقدار این ضریب بین دو روش در حدود ۳/۵ درصد اختلاف دارد.

(جهت بهینه سازی) به صورت مجموع اندازه تابع هدف مسئله و اندازه تابع جریمه تعریف شده است. شرط توقف الگوریتم ۲۰۰ تکرار در نظر گرفته شده و پارامترهای مورد نیاز برای الگوریتم رقابت استعماری در جدول ۱ آورده شده که این مقادیر با بررسی پارامترهای مختلف به دست آمده است. پارامترهای الگوریتم نقش موثری در رسیدن به بهینه کلی و سرعت همگرایی دارند که با ارائه نمودارهای همگرایی در این مورد بیشتر بحث خواهد شد.

| جدول ۱- پارامترهای الگوریتم رقابت استعماری | | | | | |
|--------------------------------------------|-------|---------|----------|---------------------|---------------|
| تعداد تکرار | ξ | β | γ | امپراطوری های اولیه | کشورهای اولیه |
| ۲۰۰ | ۰٫ | ۲ | ۰٫ | ۸ | ۸۰ |

۴- مقطع چهارضلعی

برای بهینه سازی وزن و ابعاد مقطع چهارضلعی فقط از روش برنامه ریزی درجه دوم استفاده شده است. خواص مقطع چهارضلعی عبارتند از:

$$A = 2t \left(1 + \frac{b}{\lambda} \right) \quad \text{(الف - ۲۳)}$$

$$I = 2 \left[\frac{1}{12} t b^2 \left(\frac{b}{\lambda} \right) + \frac{1}{4} t b^2 \right] \quad \text{(ب - ۲۳)}$$

$$W = \rho L A = 2 \rho L t \left(1 + \frac{b}{\lambda} \right) \quad \text{(ج - ۲۳)}$$

معیارهای طراحی عبارتند از:

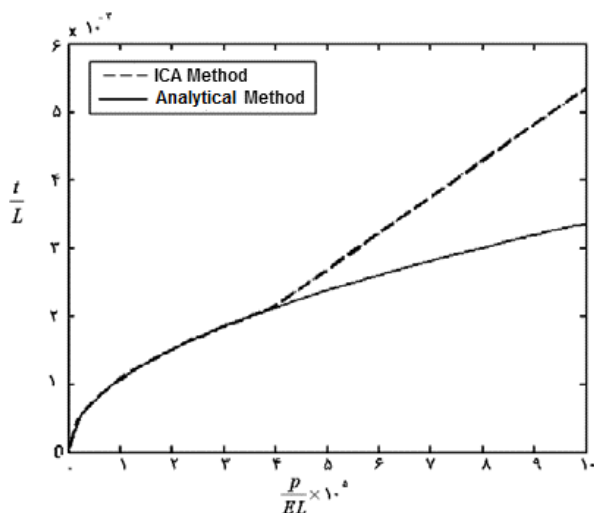
(الف - ۲۴) کمناش کلی

$$\frac{1}{\pi^2} \times \frac{p}{EL} \times \frac{1}{2 \left[\frac{1}{12} t b^2 \left(\frac{b}{\lambda} \right) + \frac{1}{4} t b^2 \right]} - 1 \leq 0$$

(ب - ۲۴) کمناش موضعی طول چهارضلعی

$$\frac{p}{EL} \times \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K_c^2 \left[2\bar{t} \left(1 + \frac{\bar{b}}{\lambda} \right) \right]} \times \left(\frac{\bar{b}}{t} \right)^2 - 1 \leq 0$$

(ج - ۲۴) کمناش موضعی عرض چهارضلعی



شکل ۵- منحنی تغییرات \bar{t} مقطع شش ضلعی برحسب بار بی بعد، از روش تحلیلی و روش ICA

باید توجه داشت که نتایج ارائه شده با فرض استقلال در موده‌های واماندگی حاصل شده در حالی که در حضور عیوب هندسی کوچک، ممکن است موده‌های تخریب واقعاً مستقل نبوده و به آثار متقابل^۱ غیرخطی منجر شوند. در نتیجه ممکن است هندسه بهینه به درستی پیش بینی نشود و مهم تر آنکه به دلیل حساسیت ناخالصی چندحالتی^۲، استحکام سازه کاهش یابد. یکی از روش‌های قابل قبول برای وارد کردن تقریبی اثر مود متقابل، قرار

دادن بار تقویت شده γ به جای بار p ، در محاسبات مربوط به بهینه سازی است. اگر مقدار ضریب γ مقدار واقعی آن باشد، سازه باید استحکام واقعی خود را داشته و به مقدار بهینه نزدیک باشد. مطالعات کویترا^۳ و همکاران در سال ۱۹۷۶ اشاره دارد به اینکه اغلب برای اطمینان باید $\gamma \approx 0.9$ در مواقع مود اثر متقابل در نظر گرفته شود [۴].

وقتی بارگذاری به حد تنش تسلیم برسد یعنی وقتی

$$\frac{P}{EL} \geq (\alpha \varepsilon_y)^2$$

، منحنی وزن-بار به خط مستقیم

تبدیل می‌شود. معادله این خط عبارت است از:

$$\frac{w}{\rho L^2} = \frac{1}{\varepsilon_y} \times \frac{P}{EL} \quad (25)$$

در بهینه سازی تحلیلی فقط از قیود کمانش سراسری و کمانش موضعی استفاده شده در حالی که در روش برنامه ریزی درجه دوم، علاوه بر قیود ذکر شده، قید تنش تسلیم نیز در نظر گرفته شده است. در محدوده بارگذاری

$$\frac{P}{EL} \leq (\alpha \varepsilon_y)^2$$

تنش‌های واماندگی کمتر از تنش

تسلیم و در محدوده الاستیک تغییر می‌کنند. بنابراین نتایج به دست آمده از دو روش با یکدیگر تطابق دارند. اما

$$\frac{P}{EL} \geq (\alpha \varepsilon_y)^2$$

برای بارگذاری در محدوده

شده در محدوده تنش تسلیم است و این در روش برنامه ریزی درجه دوم متوالی در نظر گرفته شده است؛ در حالی که در روش تحلیلی چنین حالتی پیش بینی نشده است. تفاوت در نمودارهای دو روش نیز به همین دلیل است. در محدوده دوم نتایج حاصل از روش عددی قابل قبول است.

شکل ۵ تغییرات \bar{t} را برحسب بار بی بعد، شکل ۶ تغییرات $\bar{\lambda}$ را برحسب بار بی بعد، شکل ۷ تغییرات \bar{H} را بر حسب بار بی بعد و شکل ۸ تغییرات \bar{b} را برحسب بار بی بعد نشان می‌دهد.

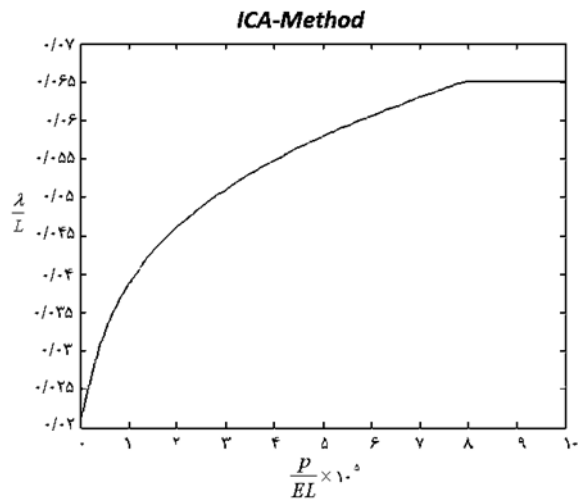
نتایج بهینه را می‌توان به صورت دیگری نیز ارائه کرد. در این معادله می‌توان بین تنش (با مقادیر بهینه پارامترها) و بارگذاری بی بعد ارتباط برقرار کرد. رابطه (۲۶) این ارتباط را نشان می‌دهد:

$$\frac{\sigma_{opt}}{E} = \beta \sqrt{\frac{P}{EL}}, \quad \beta = \frac{1}{\alpha} \quad (26)$$

¹ Interaction

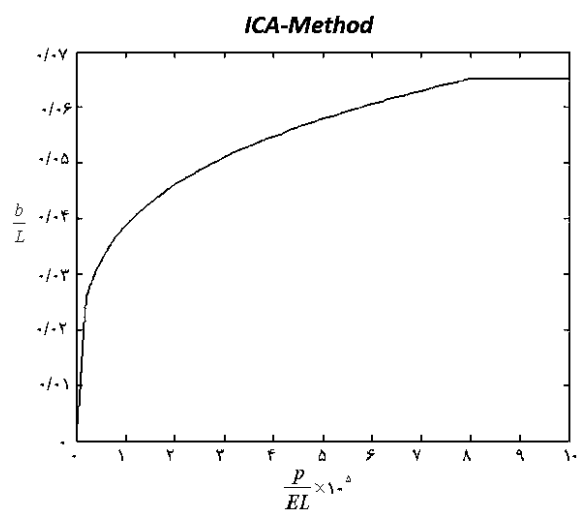
² Multi-Mode Imperfection

³ Koiter

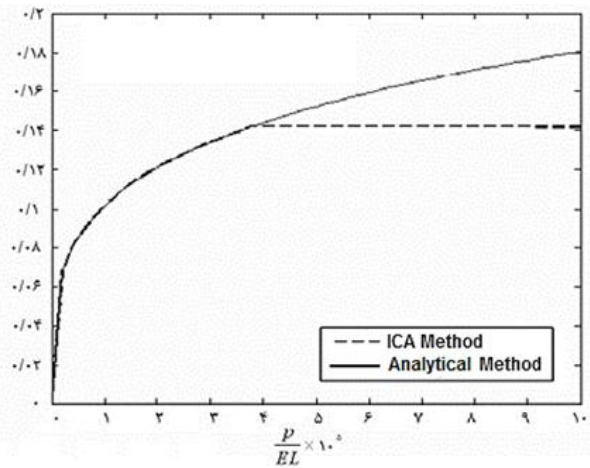


شکل ۹- منحنی تغییرات $\bar{\lambda}$ برحسب بار وارده بی بعد در مقطع چهارضلعی از روش ICA

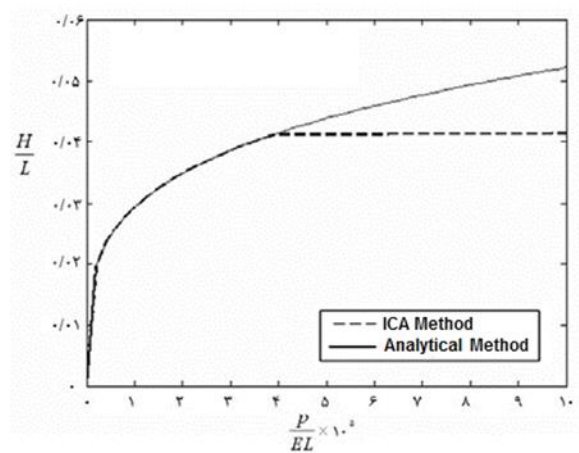
در شکل ۹ منحنی بهینه شده عرض مقطع چهارضلعی و در شکل ۱۰ نمودار بهینه شده طول مقطع چهارضلعی که به روش برنامه ریزی درجه دوم متوالی به دست آمده، نشان داده شده است. از طرفی مقادیری که بین دو هندسه بحث شده قابل قیاس هستند، ضخامت تیغه و وزن بهینه آنها است. در شکل ۱۱ نمودار بهینه شده ضخامت تیغه و در شکل ۱۲ نمودار وزن بهینه برای دو مقطع چهارضلعی و مقطع شش ضلعی آورده شده است.



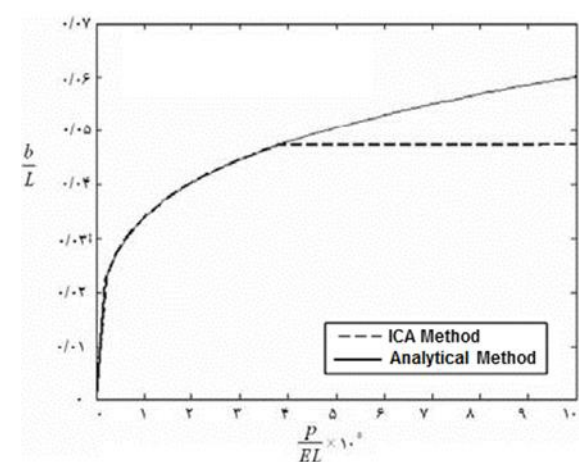
شکل ۱۰- منحنی تغییرات \bar{b} برحسب بار وارده بی بعد در مقطع چهارضلعی از روش ICA



شکل ۶- منحنی تغییرات $\bar{\lambda}$ مقطع شش ضلعی برحسب بار بی بعد، از روش تحلیلی و روش ICA



شکل ۷- منحنی تغییرات \bar{H} مقطع شش ضلعی برحسب بار بی بعد، از روش تحلیلی و روش ICA



شکل ۸- منحنی تغییرات \bar{b} مقطع شش ضلعی برحسب بار بی بعد، از روش تحلیلی و روش ICA

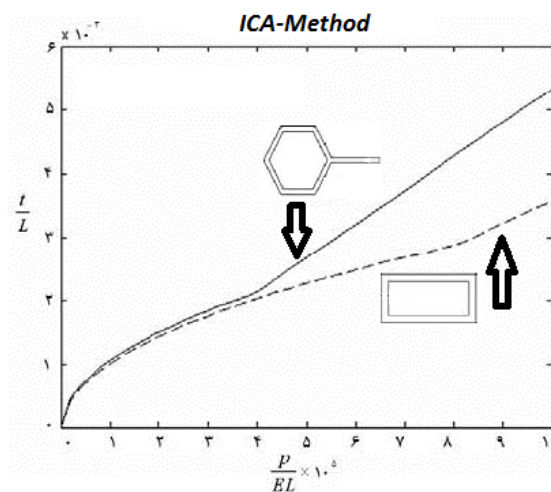
| جدول ۲- ضرایب و مقادیر بهینه برای مقاطع شش ضلعی و چهار ضلعی | | | |
|-------------------------------------------------------------|---------------|--------------|--------------------------------|
| مقطع هسته | ضریب α | ضریب β | مرز تنش تسلیم $(\alpha E_y)^2$ |
| شش ضلعی | ۰/۸۹۳ | ۱/۱۱۷ | $۳/۸۹ \times ۱۰^{-۵}$ |
| چهار ضلعی | ۱/۲۸۱ | ۰/۷۸۲ | $۸/۰۳ \times ۱۰^{-۵}$ |

لازم به ذکر می‌باشد که در روش لهینه‌سازی عددی، از تابع جریمه برای در نظر گرفتن قیود و ارزش کمی آنها استفاده شده است. بدین صورت که در هنگام عدم ارضای قیود، تابع هزینه با افزایش ناگهانی مواجه شده و الگوریتم برای جبران این موضوع متغیرها را در محدوده قابل قبول بررسی می‌کند. در این مسئله، هنگام اجرا تصادفی برنامه، در نمودار همگرایی و مقدار تابع بهینه تغییری بوجود نمی‌آید و تنها اختلاف در اندکی بیشتر و یا کمتر شدن گامهای همگرایی می‌باشد. یعنی مینیمم تابع هزینه یکسان می‌باشد، ولی تعداد تکرار الگوریتم در رسیدن به این مینیمم تغییر می‌کند.

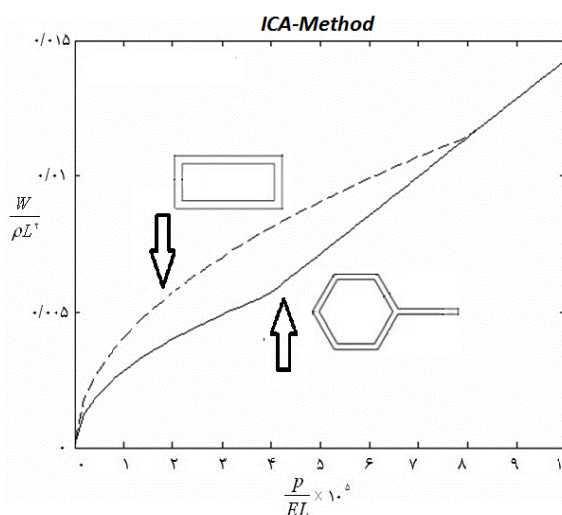
به عنوان نمونه برای مقطع هسته شش ضلعی و جمعیت اولیه ۸۰ کشور، برنامه را دو بار اجرا می‌نماییم. همانطور که مشاهده می‌فرمایید نمودار همگرایی اجرای اول بعد از ۵۸ گام (شکل ۱۲-الف) و نمودار همگرایی دوم بعد از ۵۲ گام (شکل ۱۲-ب) به حالت پایدار و ثابتی می‌رسند.

در حالت بعدی جمعیت اولیه را ۶۰ کشور قرار داده و مجدداً اجرا می‌نماییم. با توجه به نمودار همگرایی (شکل ۱۲-ج)، برنامه با تعداد گام ۸۶ به حالت پایدار می‌رسد. در تمامی حالتها جوابهای نهایی تابع هدف یک مقدار ثابتی می‌باشد و تنها تفاوت اجراها، در تعداد گامهای رسیدن به همگرایی می‌باشد. با تغییرات در بقیه پارامترها، تنها تفاوتی که در برنامه ایجاد می‌گردد، تعداد گامهای رسیدن به همگرایی می‌باشد.

پارامترهای الگوریتم رقابت استعماری نقش موثری در رسیدن به بهینه کلی و سرعت همگرایی دارند، مقادیر متفاوتی برای این پارامترها در نظر گرفته شده و بهینه



شکل ۱۱- منحنی تغییرات t بر حسب بار وارد شده بی بعد برای دو هندسه چهارضلعی و شش ضلعی



شکل ۱۲- منحنی تغییرات وزن بهینه بی بعد بر حسب بار وارد شده بی بعد برای دو هندسه چهارضلعی و شش ضلعی

همان طور که در شکل ۱۲ نشان داده شده، وزن بهینه هسته به ازای بارگذاری برابر، برای مقطع شش ضلعی کمتر از مقطع چهارضلعی است. در عین حال ضخامت تیغه در مقطع شش ضلعی بیشتر از مقطع چهارضلعی است.

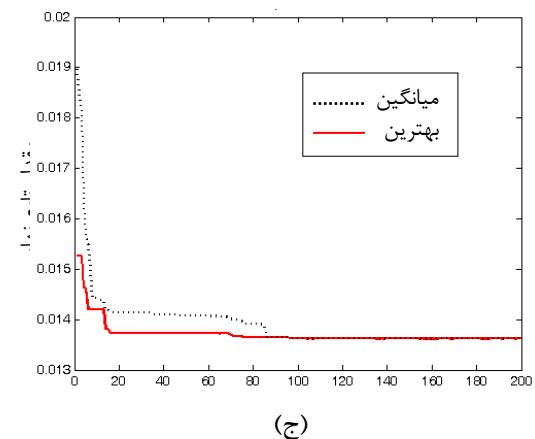
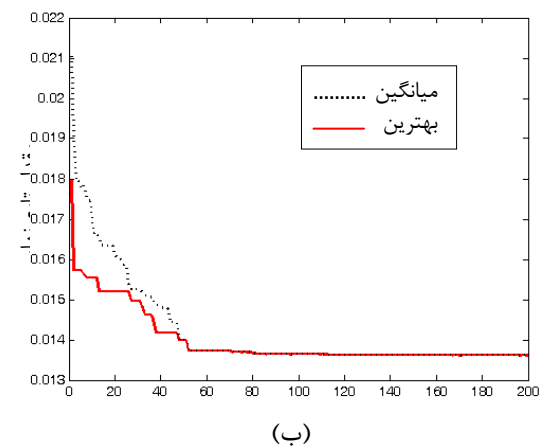
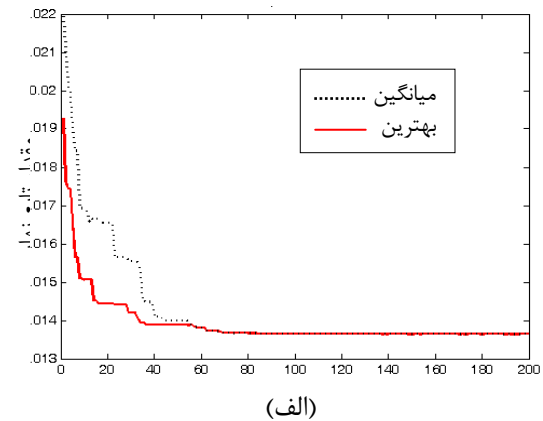
در جدول ۲ ضریب بهینه α که ضریب ثابت در رابطه بین وزن بهینه و بارگذاری و ضریب β که ضریب ثابت بین تنش بهینه و بارگذاری است و نیز همچنین مرز تنش تسلیم برای دو نوع مقطع با توجه به رابطه ۲۵ ذکر شده آورده شده است.

شکل ۱۳- منحنی همگرایی روش ICA بر حسب تعداد گام‌ها

سازی انجام گردیده است. همانطور که نتایج و نمودار همگرایی شکل ۱۳ نشان می‌دهد، مقادیر پارامترهای ارائه شده در جدول ۱، مقادیر مناسبی برای این مسئله می‌باشند.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، بهینه‌سازی وزن با دو روش تحلیلی و عددی (بر مبنای برنامه ریزی درجه دوم متوالی)، برای بارگذاری فشاری یک نواخت، انجام شده است. نتایج دو روش بهینه‌سازی تطابق بسیار خوبی دارند. یکی از امتیازهای روش تحلیلی، فرمول بندی ساده و مشخص برای طراحی است اگرچه فقط در محدوده بارگذاری الاستیک قابل استفاده بوده و پیچیدگی مقاطع باید به حدی باشد که پارامترهای طراحی از تعداد قیود، تجاوز نکند. اما در روش برنامه ریزی درجه دوم محدودیتی از نظر پیچیدگی شکل مقطع وجود ندارد و در تمام نواحی بارگذاری نیز مقادیر قابل قبولی را ارائه می‌دهد. نتایج بهینه‌سازی وزن برای دو شکل متفاوت هسته لانه زنبوری، نشانگر آن است که مقطع شش ضلعی نسبت به مقطع چهارضلعی بهینه‌تر است یعنی به ازای بارگذاری یکسان، وزن کمتری دارد. همچنین با افزایش تعداد اضلاع در مقطع نسبت استحکام به وزن هسته نیز افزایش می‌یابد.



مراجع

[1] Tom Bitzer, 1997, Honeycomb Technology, California, Chapman & Hall.

[۲] زمانی جمال، پایان نامه دکترای دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۱، آنالیز و بررسی تحلیل و تجربی رفتار سازه‌های لانه زنبوری شکل فلزی تحت بارهای محوری ناشی از انفجار تا مرحله میجالیگی کامل، دانشکده فنی و مهندسی.

[۳] علوی نیا علی، پایان نامه دکترای دانشگاه تربیت مدرس، بررسی تأثیر پارامترهای لانه زنبوری بر روی مقاومت به نفوذ آن، دانشکده فنی و مهندسی

- [4] Budiansky B, 1999, on the minimum weights of compression structures, *Int. J. Solids Struct.*; 36: 3677–708.
- [5] YS Tian, TJ Lu, 2005, Optimal design of compression corrugated panels, *J. Thin-Walled Structures*; 43: 477-498.
- [6] Allen, H. G, 1980, *Background to Buckling*, McGraw Hill, Press NewYork.
- [7] Timoshenko S P, Gere J M, 1961, *Theory of elastic stability*, McGraw-Hill, NewYork.
- [8] David G, Luenberger, 1989, *Linear and nonlinear programming*, Addison – Wesley.
- [9] Rao S S, 1984, *Optimization: Theory and applications*, 2nd Edition, Halsted Press NewYork.
- [۱۰] پیغامی محمدرضا، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۸، الگوریتم دستگاه معادلات خطی متوالی برای حل مسایل بهینه سازی غیرخطی با قيود کلی، دانشکده ریاضی کاربردی.
- [11] Atashpaz-Gargari, E. and Lucas, C., "Imperialist Competitive Algorithm: an Algorithm for Optimization Inspired by Imperialistic Competition", In: *IEEE congress on evolutionary computation*, Singapore; pp. 4661-4667, (2007).
- [12] Khabbazi, A., Atashpaz-Gargari, E. and Lucas, C., "Imperialist Competitive Algorithm for Minimum Bit Error Rate Beamforming", *Int. J. Bio-Inspired Computation*, pp. 125-133, (2009).
- [۱۳] مهدی ویسی تبار، بررسی تاثیر شکل هسته های لانه زنبوری بر میدان تنش سازه های ساندویچی، اولین کنفرانس ملی شبیه سازی سیستمهای مکانیکی، ۱۳۹۰.