

## بررسی اثر گرانش بر جابه‌جایی توام یک میکروجریان با استفاده از روش شبکه بولتزمن

آرش کریمی پور<sup>۱\*</sup>، محمد اکبری<sup>۲</sup>، داوود طغرای<sup>۳</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b> عدد نادسن، روش شبکه بولتزمن، میکروکانال.</p>	<p>هدف این مقاله مطالعه اثرات گرانش بر انتقال حرارت جابه‌جایی توام در یک میکروکانال با استفاده از روش شبکه بولتزمن است. به این منظور، معادلات شرایط مرزی هیدرودینامیکی نیز باید اصلاح شوند. سیال سرد وارد میکروکانال شده و بعد از خنک‌سازی دیوارهای گرم، از آن خارج می‌گردد. محاسبات برای محدوده گسترده‌ای از عدد نادسن (<math>Kn</math>) انجام می‌شود. نتایج در قالب خطوط جریان و هم‌دما، تغییرات طولی ضریب اصطکاک، عدد ناسلت، سرعت لغزشی، پرش دمایی و پروفیل‌های دما و سرعت در مقاطع مختلف ارائه می‌گردند. مشاهده شد که روش شبکه بولتزمن را می‌توان برای شبیه‌سازی جابه‌جایی توام در یک میکروکانال با دقت خوبی به کار برد و همچنین می‌توان ادعا نمود که اثرات نیروهای شناوری بر روی خواص حرکتی به‌ازای <math>Kn &lt; 0.05</math> بسیار مهم بوده و باید در نظر گرفته شوند و به‌ازای <math>Kn &gt; 0.05</math>، این اثرات را می‌توان نادیده گرفت. علاوه‌براین، دیده شد که نیروهای شناوری یک سلول چرخشی در جریان داخل میکروکانال ایجاد می‌کنند که منجر به تولید سرعت لغزش منفی در <math>Kn = 0.005</math> می‌شود.</p>

### ۱- مقدمه

آزمایشگاهی خواص حرکتی و حرارتی جریان داخل میکروکانال، منجر به ارائه حدود مشخصی برای رژیم‌های مختلف جریان برحسب عدد نادسن شده است [۳]. به‌ازای  $Kn < 0.001$  سیال پیوسته بوده و معادلات ناویر-استوکس صادق می‌باشد. اما به‌ازای  $Kn > 10$  یا  $0.1 < Kn < 10$  و یا  $0.001 < Kn < 0.1$ ، حرکت سیال به‌ترتیب به‌عنوان یک جریان آزاد مولکولی، گذرا و لغزشی در نظر گرفته می‌شود؛ معمولاً از جریان و انتقال حرارت سیال در رژیم‌های لغزشی به‌عنوان یک میکروجریان سیال نیز یاد می‌گردد [۴-۶]. این رژیم‌های جریان ممکن است در هر ریزابزاری رخ دهند و لذا باید با استفاده از روش‌های مبنا ذره‌ای مانند روش دینامیک مولکولی (MD) [۷] و یا شبیه‌سازی مستقیم مونت کارلو (DSMC) [۸] بررسی شوند. هزینه

امروزه به‌دلیل کاربردهای گسترده صنایع MEMS و NEMS (سیستم‌های الکترومکانیکی میکرو و نانو) بررسی جریان و انتقال حرارت در ریزابزارها، توجه بسیاری از محققان را به سوی خود جلب کرده است [۱]. میکروجریان‌ها برحسب میزان عدد نادسن ( $Kn = \lambda/D_H$ ) طبقه‌بندی می‌شوند،  $D_H$  قطر هیدرولیکی (طول مشخصه) و  $\lambda$  فاصله پویش آزاد متوسط مولکولی است [۲]. بررسی

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: arashkarimipour@gmail.com  
 ۱. استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نجف‌آباد، گروه مهندسی مکانیک، اصفهان، ایران.  
 ۲. استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نجف‌آباد، گروه مهندسی مکانیک، اصفهان، ایران.  
 ۳. استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر، دانشکده مهندسی مکانیک، خمینی شهر، ایران.

به‌کار بردند. در ادامه نیو و همکاران [۲۸ و ۲۹] و شو و همکاران [۳۰] برای شبیه‌سازی میکروجریان‌ها، زمان آسایش را برحسب عدد نادسن تعریف کرده و شرط مرزی پخشی (DSBC) را برای سرعت لغزشی ارائه نمودند. علاوه بر DSBC، مدل‌های دیگری نیز برای شبیه‌سازی سرعت لغزشی در میکروجریان‌ها پیشنهاد شده است [۳۱ و ۳۲].

هونگ و رو [۳۳] از LBM گرمایی برای مطالعه اثرات عدد نادسن بر انتقال حرارت و رفتار جریان در یک میکروکانال استفاده کردند. آن‌ها سرعت لغزشی و پرش حرارتی را در اعداد نادسن مختلف مطالعه کرده و توزیع دما در جریان یک میکروکانال را ارائه دادند. تیان و همکاران [۳۴] جریان گازی و انتقال حرارت حاصل از آن را در یک میکروکانال با استفاده از مدل شبکه بولتزمن گرمایی شامل اتلافات ویسکوز بررسی کرده و یک رویکرد مرزی جدید براساس متغیرهای ماکرو برای سرعت لغزشی و پرش حرارتی پیشنهاد نمودند.

تحقیقات برای یافتن راه‌هایی برای افزایش دقت LBM برای بررسی میکروجریان‌ها به ارائه مدل‌هایی مانند شبکه بولتزمن با چندین زمان آسایش (MRT-LBM) [۳۵] یا LBM با شبکه  $D_2Q_{16}$  منجر شده است [۳۶]. با وجود انجام پژوهش‌های متعدد درمورد میکروجریان‌ها هنوز هم این مساله و بررسی جزئیات آن، عنوان بسیاری از مقالات ارائه شده [۳۷-۳۹] بوده و این پژوهش‌ها همچنان در حال توسعه و تکامل نیز می‌باشند [۴۰ و ۴۱].

مشاهده شد که در همه‌ی پژوهش‌های پیشین، از اثرات گرانش در میکروجریان صرف‌نظر شده است (براساس اطلاعات نویسنده)، بنابراین همواره دقت نتایج حاصل در این پژوهش‌ها دارای میزانی از خطا بوده است. لذا مقاله حاضر با در نظر گرفتن این اثرات، جریان جابه‌جایی توام در یک میکروکانال را به‌طور عددی و با استفاده از LBM بررسی نموده و سعی در ارائه یک مقدار حدی برای Kn به‌منظور در نظرگیری گرانش در یک میکروجریان، می‌نماید.

سنگین محاسبات و معادلات پیچیده ریاضی MD و DSMC [۹]، باعث شده تا محققین اخیراً به دنبال روش‌های مناسب‌تری مانند روش شبکه بولتزمن (LBM) برای شبیه‌سازی جریان‌های ماکرو و میکرو باشند [۱۰-۱۲].

برای مطالعه جریان و انتقال حرارت یک جریان لغزشی علاوه بر روش‌های مینا ذره‌ای، معادلات کلاسیک ناویر-استوکس را نیز می‌توان به‌عنوان معادلات حاکم به‌کار برد، البته با اعمال شرایط مرزی سرعت لغزشی و پرش حرارتی روی دیوارها و در مقادیر نه چندان زیاد از عدد نادسن [۱۳ و ۱۴].

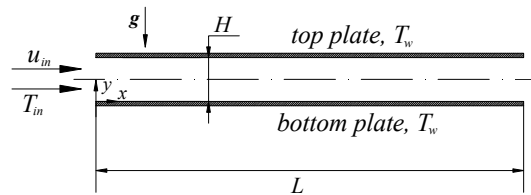
LBM یک مدل نسبتاً جدید برای شبیه‌سازی جریان سیال است. در این روش ذرات فرضی سیال، روی نقاط شبکه در نظر گرفته می‌شوند که مراحل انتشار و برخورد روی آن‌ها واقع می‌شود. برخی مزایای LBM نسبت به سایر روش‌های کلاسیک CFD، عبارتند از: توانایی مدل‌سازی مناسب شرایط مرزی پیچیده و نیز استفاده از معادلات حاکم ساده و الگوریتم‌های حل موازی [۱۵-۱۸]. یک روش تکمیلی برای شبیه‌سازی جریان‌های مادون صوت ویسکوز، مدل LBM BGK است که از دقت خوبی نیز برخوردار می‌باشد [۱۹]. در این مدل یک اپراتور مناسب برخورد بین ذرات تعریف می‌گردد که بسیار به همگرایی فرایند حل نیز کمک می‌کند. به‌منظور بررسی دامنه حرارتی مساله نیز شبکه بولتزمن گرمایی استفاده می‌شود [۲۰ و ۲۱]. در مدل شبکه بولتزمن گرمایی یک تابع توزیع مجزا به نام تابع توزیع انرژی داخلی برای دامنه حرارتی تعریف می‌شود. در این روش اتلافات ویسکوز و کار فشار را نیز می‌توان در نظر گرفت [۲۲ و ۲۳]. پایداری عددی بسیار مناسب و قابلیت کاربرد در شرایط مرزی متفاوت از دیگر مزیت‌های این روش است [۲۴-۲۶].

محققین LBM را برای شبیه‌سازی جریان سیال در میکروکانال، بسیار مورد استفاده قرار داده‌اند. در بین آن‌ها، لیم و همکاران [۲۷] این روش را برای جریان میکروکانال هم‌دمای دو بعدی رانده شده توسط فشار

## ۲- بیان مسأله

انتقال حرارت جابه‌جایی توأم جریان هوا در یک میکروکانال دو بعدی (شکل ۱) به‌طور عددی و با استفاده از روش شبکه بولتزمن گرمایی (TLBM-BGK) به‌ازای  $Kn=0.005, 0.01, 0.05, 0.1$  بررسی می‌شود. عدد رینولدز در ورودی میکروکانال معمولاً کوچک بوده و لذا  $Re=\rho_{in}u_{in}D_H/\mu=1$  و  $Pr=\nu/\alpha=0.7$ . پارامترهای گرمایی و هیدرودینامیکی جریان سیال به‌ترتیب با استفاده از تابع توزیع چگالی ممنوم،  $f$ ، و تابع توزیع چگالی انرژی داخلی،  $g$ ، تخمین زده می‌شوند. دمای دیوار دو برابر دمای سیال ورودی و نسبت طول میکروکانال به عرض آن نیز برابر ۳۰، فرض می‌شود؛ بنابراین بعد از طی طول ورودی، شرایط کاملاً توسعه‌یافته برای سرعت و دما برآورده می‌گردد.

دو حالت متفاوت مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مورد اول (case A) اثرات گرانش درنظر گرفته نمی‌شود و در مورد دوم (case B) گرانش درنظر گرفته خواهد شد. عدد گرافش  $Gr=\beta g\Delta T D_H^3/\nu^2$  به‌منظور تخمین قدرت حرکت‌های شناوری به‌کار گرفته می‌شود.  $\beta$  ضریب انبساط حجمی،  $\Delta T=T_{wall}-T_{in}$  و  $\nu$  لزجت سینماتیک است. نتایج برای  $Kn$  های مختلف به‌دست آمده و سپس با یکدیگر مقایسه خواهند شد. گرانش موجب می‌شود مولفه عمودی سرعت تحت تاثیر نیروی شناوری قرار بگیرد. لذا برای درنظر گرفتن این اثر، باید معادلات شرایط مرزی هیدرودینامیکی اصلاح شوند.



شکل ۱- شکل‌بندی میکروکانال

## ۳- فرمول‌بندی

### ۳-۱- روش شبکه بولتزمن

معادله بولتزمن برای توابع توزیع تک ذره‌ای به شکل زیر نوشته می‌شود [۲۰]:

$$\partial_t f + (c \cdot \nabla) f = \Omega(f) \quad (1)$$

که  $\Omega$  اپراتور برخورد است. معادله (۱) و مدل توزیع انرژی گرمایی به‌ترتیب برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت استفاده می‌شوند. در این روش، تابع توزیع انرژی داخلی به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$g = 0.5(c - u)^2 f \quad (2)$$

معادله شبکه بولتزمن براساس تابع توزیع انرژی داخلی به شکل زیر است [۱۹ و ۲۰]:

$$\partial_t g + (c \cdot \nabla) g = \Omega(g) \quad (3)$$

عبارت برخورد معادله بولتزمن در مدل BGK:

$$\Omega(f) = -\frac{f - f^e}{\tau_f} \quad (4)$$

$$\Omega(g) = -\frac{g - g^e}{\tau_g} - fZ = \quad (5)$$

$$0.5(c - u)^2 \Omega(f) - fZ$$

که  $fZ$  بیان‌گر اتلافات ویسکوز است و می‌توان آن را به‌صورت زیر تعریف نمود:

$$fZ = f(c - u) \cdot [\partial_t u + (c \cdot \nabla) u] \quad (6)$$

$\tau_f$  و  $\tau_g$  زمان‌های آسایش حرکتی و حرارتی هستند. برای رفع مشکل ساختار ضمنی این معادلات، دو تابع توزیع جدید  $\tilde{f}_i$  و  $\tilde{g}_i$  به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{f}_i = f_i + \frac{dt}{2\tau_f} (f_i - f_i^e) \quad (7)$$

$$\tilde{g}_i = g_i + \frac{dt}{2\tau_g} (g_i - g_i^e) + \frac{dt}{2} f_i Z_i \quad (8)$$

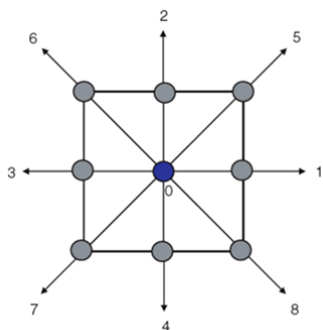
که  $f_i^e$  و  $g_i^e$  توابع توزیع تعادلی گسسته شده بولتزمن-ماکسول هستند. زیرنویس  $i$  تعداد لینک‌ها در شبکه

$$g_0^e = -\omega_0 \left[ \frac{3\rho e u^2 + v^2}{2c^2} \right]$$

$$g_{1,2,3,4}^e = \omega_1 \rho e \begin{bmatrix} 1.5 + 1.5 \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} \\ + 4.5 \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} \\ - 1.5 \frac{u^2 + v^2}{c^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$g_{5,6,7,8}^e = \omega_2 \rho e \begin{bmatrix} 3 + 6 \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} \\ + 4.5 \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} \\ - 1.5 \frac{u^2 + v^2}{c^2} \end{bmatrix}$$

که در یک شبکه دو بعدی،  $c^2 = 3RT = 1$  و  $\rho e = \rho RT$  و توابع وزنی نیز به صورت  $\omega_i = 1/9, i=1,2,3,4$  و  $\omega_i = 1/36, i=5,6,7,8$  و  $\omega_0 = 4/9$  تعریف می‌شوند.



شکل ۲- شبکه D2Q9

در نهایت متغیرهای هیدرودینامیکی و گرمایی از رابطه (۱۵) محاسبه خواهند شد [۲۲ و ۲۳]:

$$\rho = \sum_i \tilde{f}_i$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i \tilde{f}_i \quad (15)$$

$$\rho e = \sum_i \tilde{g}_i - \frac{dt}{2} \sum_i f_i Z_i$$

D2Q9 نشان داده در شکل ۲ [۴۲] و استفاده شده در کار حاضر را نشان می‌دهد.  $Z_i$  نیز به صورت،  $Z_i = (\mathbf{c}_i - \mathbf{u}) \cdot D_i \mathbf{u}$  تعریف می‌گردد. برای مولفه‌های افقی و عمودی بردار سرعت میکروسکوپی یک هر ذره،  $\mathbf{c} = (c_x, c_y)$  واقع بر یکی از جهات شبکه  $i=1$  یا  $i=2$  یا  $i=3$  و یا  $i=4$  (در شکل ۲)، خواهیم داشت:

$$\mathbf{c}_i = \left( \cos \frac{i-1}{2} \pi, \sin \frac{i-1}{2} \pi \right) \quad (9)$$

برای سایر جهات  $i=5$  یا  $i=6$  یا  $i=7$  یا  $i=8$  نیز می‌توان نوشت:

$$\mathbf{c}_i = \left( \sqrt{2} \cos \left[ \frac{(i-5)}{2} \pi + \frac{\pi}{4} \right], \sqrt{2} \sin \left[ \frac{(i-5)}{2} \pi + \frac{\pi}{4} \right] \right) \quad (10)$$

برای  $i=0$  نیز  $\mathbf{c}_0 = (0,0)$ .

با استفاده از توابع توزیع تعادلی  $f^e$  و  $g^e$  مراحل انتشار و برخورد بیان می‌شوند:

$$\tilde{f}_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i dt, t + dt) - \tilde{f}_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{dt}{\tau_f + 0.5dt} [\tilde{f}_i - f_i^e] \quad (11)$$

$$\tilde{g}_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i dt, t + dt) - \tilde{g}_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{dt}{\tau_g + 0.5dt} [\tilde{g}_i - g_i^e] - \frac{\tau_g dt}{\tau_g + 0.5dt} f_i Z_i \quad (12)$$

$$f_i^e = \omega_i \rho \begin{bmatrix} 1 + \frac{3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \\ \frac{9(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \\ \frac{3(u^2 + v^2)}{2c^2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\tilde{g}_5 = \frac{\left[ \begin{array}{l} 6\rho e + 3dt \sum_i f_i Z_i - 6 \\ (\tilde{g}_0 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_4 + \tilde{g}_6 + \tilde{g}_7) \end{array} \right]}{\left[ \frac{2 + 3u_{in} + 3u_{in}^2}{36} \right] [3.0 + 6u_{in} + 3.0u_{in}^2]} \quad (21)$$

$$\tilde{g}_1 = \frac{\left[ \begin{array}{l} 6\rho e + 3dt \sum_i f_i Z_i - 6 \\ (\tilde{g}_0 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_4 + \tilde{g}_6 + \tilde{g}_7) \end{array} \right]}{\left[ \frac{2 + 3u_{in} + 3u_{in}^2}{9} \right] [1.5 + 1.5u_{in} + 3.0u_{in}^2]}$$

$$\tilde{g}_8 = \frac{\left[ \begin{array}{l} 6\rho e + 3dt \sum_i f_i Z_i - 6 \\ (\tilde{g}_0 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_4 + \tilde{g}_6 + \tilde{g}_7) \end{array} \right]}{\left[ \frac{2 + 3u_{in} + 3u_{in}^2}{36} \right] [3.0 + 6u_{in} + 3.0u_{in}^2]}$$

$$\tilde{g}_6 = \frac{6(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_8)}{2 - 3u_{out} + 3u_{out}^2} - \frac{3dt \sum_i \left(\frac{c_{ix}}{c}\right) Z_i f_i - 6\rho e u_{out}}{2 - 3u_{out} + 3u_{out}^2}$$

$$\left[ \frac{3.0 - 6.0u_{out} + 6.0v_{out} + 3.0u_{out}^2}{36} + 3.0v_{out}^2 - 9.0u_{out}v_{out} \right] \frac{1}{36}$$

$$\tilde{g}_3 = \frac{6(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_8)}{2 - 3u_{out} + 3u_{out}^2} - \frac{3dt \sum_i \left(\frac{c_{ix}}{c}\right) Z_i f_i - 6\rho e u_{out}}{2 - 3u_{out} + 3u_{out}^2} \quad (22)$$

$$\left[ \frac{1.5 - 1.5u_{out} + 3.0u_{out}^2 - 1.50v_{out}^2}{9} \right] \frac{1}{9}$$

$$\tilde{g}_7 = \frac{6(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_8)}{2 - 3u_{out} + 3u_{out}^2} - \frac{3dt \sum_i \left(\frac{c_{ix}}{c}\right) Z_i f_i - 6\rho e u_{out}}{2 - 3u_{out} + 3u_{out}^2}$$

$$\left[ \frac{3.0 - 6.0u_{out} - 6.0v_{out} + 3.0u_{out}^2}{36} + 3.0v_{out}^2 + 9.0u_{out}v_{out} \right] \frac{1}{36}$$

عدد نادسن متناظر با تئوری سینتیک گازها را می توان به شکل زیر بیان کرد:

$$Kn = \sqrt{\frac{\pi k}{2}} \frac{Ma}{Re} \quad (16)$$

که  $k$  نسبت ظرفیت گرمایی گاز بوده و برای یک گاز ایده‌ال دو اتمی برابر با  $7/5$  است. با استفاده از تعریف  $Ma = u_{in}/c_s$  و  $\tau = \mu/P$  ,  $P = \rho c_s^2$  ,  $Re = \rho u_{in} c_s / \mu$  در محیط شبکه  $c_s = 1/3^{0.5}$  می توان نوشت  $[28-30]$ :

$$\tau_f = \sqrt{\frac{6}{\pi k}} D_H . Kn \quad (17)$$

$$\tau_g = \frac{\tau_f}{Pr} \quad (18)$$

### ۲-۳- شرایط مرزی

از مدل برگشتی کمانه کردن (bounce back) غیرتعادلی، عمود بر مرز برای شرایط مرزی هیدرودینامیکی استفاده می شود  $[43$  و  $44]$ :

$$\tilde{f}_1 = \tilde{f}_3 + \frac{2}{3} \rho_{in} u_{in}$$

$$\tilde{f}_5 = \tilde{f}_7 + \frac{1}{2} (\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2) + \frac{1}{6} \rho_{in} u_{in} \quad (19)$$

$$\tilde{f}_8 = \tilde{f}_6 - \frac{1}{2} (\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2) + \frac{1}{6} \rho_{in} u_{in}$$

$$\tilde{f}_3 = \tilde{f}_1 - \frac{2}{3} \rho_{out} u_{out}$$

$$\tilde{f}_7 = \tilde{f}_5 - \frac{1}{2} (\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2) - \frac{1}{6} \rho_{out} u_{out} - \frac{1}{2} \rho_{out} v_{out} \quad (20)$$

$$\tilde{f}_6 = \tilde{f}_8 + \frac{1}{2} (\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2) - \frac{1}{6} \rho_{out} u_{out} + \frac{1}{2} \rho_{out} v_{out}$$

با استفاده از روشی مشابه، در ورودی میکروکانال با معلوم بودن پروفیل دما، توابع توزیع نامعلوم با استفاده از روابط بیان شده در معادله (۲۱) محاسبه می شوند و در خروجی نیز، شرایط مرزی گرمایی به کمک معادلات (۲۲) شبیه سازی می گردند  $[23]$ :

می‌شود؛ بنابراین شرایط تقریب بوزینسک شامل حد مجاز اختلاف دما همواره صادق بوده و شرایط مفروض مساله کاملاً فیزیکی و منطبق بر واقعیت عملی خواهد بود. با در نظر گرفتن اثر نیروی خارجی،  $F$ ، معادله بولتزمن به شکل زیر نوشته می‌شود [۲۰]:

$$\partial_t f + (\mathbf{c} \cdot \nabla) f = -\frac{f - f^e}{\tau_f} + F \quad (25)$$

که نیروی شناوری را می‌توان به صورت  $F = \frac{\mathbf{G} \cdot (\mathbf{c} - \mathbf{u})}{RT} f^e$  نوشت.

در معادله (۲۶) یک راهبرد درجه دوم برای انتگرال‌گیری معادله بولتزمن (۲۵) به کار گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x} + \mathbf{c}dt, \mathbf{c}, t + dt) - f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) = & \\ -\frac{dt}{2\tau_f} \left[ f(\mathbf{x} + \mathbf{c}dt, \mathbf{c}, t + dt) - \right. & \\ \left. f^e(\mathbf{x} + \mathbf{c}dt, \mathbf{c}, t + dt) \right] & \\ -\frac{dt}{2\tau_f} \left[ f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) - f^e(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) \right] & \quad (26) \\ +\frac{dt}{2} F(\mathbf{x} + \mathbf{c}dt, \mathbf{c}, t + dt) & \\ +\frac{dt}{2} F(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) & \end{aligned}$$

با استفاده از  $\tilde{f}_i = f_i + 0.5dt / \tau_f (f_i - f_i^e) - 0.5dt F$  معادله (۲۶) به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\mathbf{x} + \mathbf{c}dt, \mathbf{c}, t + dt) - \tilde{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) = - & \\ \frac{dt}{\tau_f + 0.5dt} \left[ \tilde{f}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) - f^e(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) \right] & \quad (27) \\ + \frac{\tau_f F dt}{\tau_f + 0.5dt} & \end{aligned}$$

از گسسته‌سازی معادله فوق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i dt, t + dt) - \tilde{f}_i(\mathbf{x}, t) = - & \\ \frac{dt}{\tau_f + 0.5dt} \left[ \tilde{f}_i - f_i^e \right] + & \quad (28) \\ \left( \frac{dt \tau_f}{\tau_f + 0.5dt} \frac{3G(c_{iy} - v)}{c^2} f_i^e \right) & \end{aligned}$$

به کمک ترکیب مدل برگشتی انعکاسی آینه‌ای SRBC (specular reflective) و مدل پخشی DSBC، میزان سرعت لغزشی روی دیوارهای میکروکانال محاسبه می‌شود [۲۸ و ۳۷]. این مدل یک روش تجربی بوده و از دقت بسیار مطلوبی برخوردار است. توابع توزیع نامعلوم برای سرعت لغزشی روی دیوار پایین میکروکانال، عبارتند از:

$$\tilde{f}_2 = \tilde{f}_4 \quad (1-23)$$

$$\tilde{f}_{5,6} = r\tilde{f}_{7,8} + (1-r)\tilde{f}_{8,7} \quad (2-23)$$

برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر، مقدار ضریب تطابق،  $r$ ، به طور مناسب در محدوده  $r < 1$  انتخاب می‌شود [۱۵، ۴۵ و ۴۶]. سرعت لغزشی روی دیوار بالایی نیز به طور مشابه محاسبه می‌شود. پرش حرارتی روی دیوار پایینی میکروکانال با استفاده از معادله (۲۴) تخمین زده می‌شود:

$$\tilde{g}_{2,5,6} = \left( \frac{3}{\rho_w e} g_{2,5,6}^e \right) \quad (24)$$

$(\rho_w, \mathbf{u}_w, e_w)(\tilde{g}_4 + \tilde{g}_7 + \tilde{g}_8)$  که  $\rho_w$  و  $\mathbf{u}_w$  به ترتیب چگالی و سرعت روی دیوارها هستند. پرش دمایی روی دیواره بالایی نیز به طور مشابه محاسبه می‌گردد.

### ۳-۳- اثرات گرانش

در معادلات قبلی، انتقال حرارت اجباری بررسی شده و از اثرات گرانش بر جریان و انتقال حرارت صرف نظر شده است. در این مقاله برای وارد کردن اثرات جابه‌جایی آزاد در معادلات LBM، از تقریب بوزینسک استفاده می‌شود. در این تقریب نیروهای شناوری به صورت  $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{G} = \beta \mathbf{g}(\mathbf{T} - \bar{\mathbf{T}})$  تعریف می‌شوند که در آن  $\mathbf{G}$  بیان‌گر دمای میانگین است. با توجه به تعاریف  $\text{Kn}$ ،  $\text{Gr}$ ،  $\text{Re}$  و  $\text{Ma}$  و با استفاده از معادله (۱۶)، وابستگی  $\text{Kn}$  به  $\text{Gr}$  حاصل می‌شود. بنابراین در کار حاضر و برای هوا به‌ازای  $\text{Kn}=0.005$  مقدار  $\text{Gr}=1328$  برآورده خواهد شد. برای دیگر موارد نیز، با معلوم بودن  $\text{Kn}$ ، مقدار متناظر  $\text{Gr}$  محاسبه و در فرایند حل مساله استفاده می‌گردد. در همه-ی حالات، از خواص فیزیکی هوا در شرایط واقعی استفاده

اکنون به کمک روابط (۳-۳۱)، (۲-۳۱)، و (۳-۳۴):

$$\begin{aligned} \tilde{f}_8 &= \tilde{f}_6 - \frac{\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2}{2} + \frac{1}{6} \rho_{in} u_w \\ &- \frac{1}{2} \rho_{in} v_{in} + \frac{dt}{4} \rho_{in} G \end{aligned} \quad (۳۵)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_5 &= \tilde{f}_7 + \frac{\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2}{2} + \frac{1}{6} \rho_{in} u_{in} \\ &+ \frac{1}{2} \rho_{in} v_{in} - \frac{dt}{4} \rho_{in} G \end{aligned}$$

به‌طور مشابه، سایر شرایط مرزی هیدرودینامیکی به شکل رابطه (۳۶) نوشته می‌شوند:

$$\tilde{f}_3 = \tilde{f}_1 - \frac{2}{3} \rho_{out} u_{out}$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_7 &= \tilde{f}_5 - \frac{1}{2} (\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2) \\ &- \frac{1}{6} \rho_{out} u_{out} - \frac{1}{2} \rho_{out} v_{out} + \frac{1}{4} dt \rho_{out} G \end{aligned} \quad (۳۶)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_6 &= \tilde{f}_8 + \frac{1}{2} (\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2) \\ &- \frac{1}{6} \rho_{out} u_{out} + \frac{1}{2} \rho_{out} v_{out} - \frac{1}{4} dt \rho_{out} G \end{aligned}$$

برای در نظر گرفتن اثرات نیروی شناوری، سرعت لغزش (معادله (۲۳)) باید قید (۳-۳۰) را برآورده کند. به‌عنوان مثال، برای دیوار پایینی، توابع توزیع نامشخص برابر هستند با  $\tilde{f}_2, \tilde{f}_5, \tilde{f}_6$  و قید مذکور نیز به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_2 + \tilde{f}_5 + \tilde{f}_6 &= \rho_w v_w + \\ &(\tilde{f}_4 + \tilde{f}_7 + \tilde{f}_8) - \frac{dt}{2} \rho_w G \end{aligned} \quad (۳۷)$$

در نهایت در جهت ارضای رابطه (۳۷) و در برگرفتن اثر نیروی شناوری، سرعت لغزش بدین گونه حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_2 &= \tilde{f}_4 - \frac{1}{2} dt \rho G \\ \tilde{f}_5 &= r \tilde{f}_7 + (1-r) \tilde{f}_8 \\ \tilde{f}_6 &= r \tilde{f}_8 + (1-r) \tilde{f}_7 \end{aligned} \quad (۳۸)$$

$$f_i = \frac{\tau_f \tilde{f}_i + 0.5 dt f_i^e}{\tau_f + 0.5 dt} + \quad (۲۹)$$

$$\left( \frac{0.5 dt \tau_f}{\tau_f + 0.5 dt} \frac{3G(c_{iy} - v)}{c^2} f_i^e \right)$$

حال می‌توان متغیرهای ماکروسکوپی را با استفاده از روابط زیر محاسبه نمود [۲۰]:

$$\rho = \sum_i \tilde{f}_i \quad (۱-۳۰)$$

$$u = (1/\rho) \sum_i \tilde{f}_i c_{ix} \quad (۲-۳۰)$$

$$v = (1/\rho) \sum_i \tilde{f}_i c_{iy} + \frac{dt}{2} G \quad (۳-۳۰)$$

شرایط مرزی هیدرودینامیکی ورودی تحت تاثیر گرانش هستند؛ با استفاده از معادلات (۱-۳۰)، (۲-۳۰) و (۳-۳۰) روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 + \tilde{f}_5 + \tilde{f}_8 &= \rho_{in} - \\ &(\tilde{f}_0 + \tilde{f}_2 + \tilde{f}_3 + \tilde{f}_4 + \tilde{f}_6 + \tilde{f}_7) \end{aligned} \quad (۱-۳۱)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 + \tilde{f}_5 + \tilde{f}_8 &= \rho_{in} u_{in} + \\ &(\tilde{f}_3 + \tilde{f}_6 + \tilde{f}_7) \end{aligned} \quad (۲-۳۱)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_5 - \tilde{f}_8 &= \rho_{in} v_{in} + \\ &(-\tilde{f}_2 + \tilde{f}_4 - \tilde{f}_6 + \tilde{f}_7) - \frac{dt}{2} \rho_{in} G \end{aligned} \quad (۳-۳۱)$$

از این روابط،  $\rho_{in}$  با یک عملیات ریاضی ساده، به‌دست می‌آید:

$$\rho_{in} = \frac{\tilde{f}_0 + \tilde{f}_2 + \tilde{f}_4 + 2(\tilde{f}_3 + \tilde{f}_6 + \tilde{f}_7)}{1 - u_{in}} \quad (۳۲)$$

شرط مرزی برگشتی غیرتعادلی عمود بر مرز به‌کمک این معادله محاسبه می‌شود:

$$\tilde{f}_1 - \tilde{f}_1^e = \tilde{f}_3 - \tilde{f}_3^e \Rightarrow \quad (۳۳)$$

$$\tilde{f}_1 = \tilde{f}_3 - \tilde{f}_3^e + \tilde{f}_1^e$$

با استفاده از معادله (۳۳) خواهیم داشت:

$$\tilde{f}_1 = \tilde{f}_3 + \frac{2}{3} \rho_{in} u_{in} \quad (۳۴)$$

از آن‌جا که جابه‌جایی توام در میکروکانال تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است، لذا داده‌ای برای اعتبارسنجی مساله حاضر به‌طور مستقیم، یافت نشد. در عوض، اعتبارسنجی در دو قسمت مجزا انجام می‌شود. ابتدا، توانایی کد LBM نوشته شده در شبیه‌سازی جابه‌جایی طبیعی در یک حفره و سپس جابه‌جایی توام در یک کانال مورد استفاده قرار گرفته و در قسمت بعد، توانایی کد مذکور در بررسی جریان سیال و انتقال حرارت اجباری در میکروکانال مورد بررسی قرار خواهد گرفت. مراجعی که جهت اعتبارسنجی مورد استفاده قرار می‌گیرند از روش‌های عددی مختلفی نظیر LBM یا معادلات ناویر-استوکس استفاده می‌نمایند. چون کار ایشان نیز مانند کار حاضر شبیه‌سازی عددی است لذا فرایند اعتبارسنجی در چند حالت مختلف و با چند مرجع متفاوت انجام می‌شود تا در همه‌ی شرایط ممکن توانایی کد تهیه شده، مورد تصدیق قرار گیرد.

بنابراین در ابتدا یک حفره (محفظه) مربعی به ارتفاع  $H$  و دیوارهای افقی آدیاباتیک در نظر گرفته می‌شود. دیوارهای عمودی در دماهای متفاوت هستند. برای اعداد رایلی مختلف  $(Ra = \beta g \Delta T H^3 / \nu \alpha)$  در  $Pr = 0.7$ ، جابه‌جایی طبیعی با به‌کارگیری LBM شبیه‌سازی شده و با نتایج به‌دست آمده از کار دیویس [۴۷] با روش ناویر استوکس در جدول ۲ مقایسه می‌شوند.

جدول ۲- مقایسه نتایج جابه‌جایی طبیعی جریان در حفره از کار حاضر با نتایج دیویس [۴۷] در  $Pr = 0.7$  و  $Ra$  های متفاوت:  $U_{max}/V^*$  سرعت افقی حداکثر در  $x/L = 0.5$ . موقعیت مکانی هر یک  $(y/H)$ ، در پرانتز نشان داده شده است.

Ra	$U_{max}/V^*$ (y/H)		Nu <sub>m</sub>	
	Present	Davis [47]	Present	Davis [47]
$10^4$	15.951 (0.817)	16.178 (0.823)	2.210	2.243
$10^5$	34.239 (0.851)	34.730 (0.855)	4.456	4.519
$10^6$	64.088 (0.846)	64.630 (0.850)	8.756	8.800

معادلاتی که تاکنون ارائه شده‌اند همگی دارای بعد بوده و مستقیماً به کمک کد کامپیوتری، حل می‌شوند.

اگرچه به‌منظور تحلیل مناسب‌تر داده‌های حاصل، نتایج همگی به‌صورت بی‌بعد ارائه می‌شوند: اعداد بی‌بعد  $Nu$  و  $C_f$  در طول دیوار میکروکانال به شکل زیر تخمین زده می‌شوند:

$$Nu = \frac{D_H (\partial T / \partial y)_w}{T_w - T_{bulk}} \quad (39)$$

$$C_f = \frac{2\mu (\partial u / \partial y)_w}{\rho u_{bulk}^2} \quad (40)$$

مقادیر سرعت و دما نیز به‌صورت بی‌بعد و به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$U = u / u_{in} \quad (41)$$

$$\theta = T / T_{in} \quad (42)$$

کمیت‌های بعددار مختصات مکانی  $x$  و  $y$  نیز، به شکل زیر بی‌بعد می‌شوند:

$$X = x / H \quad (43)$$

$$Y = y / H \quad (44)$$

دقت شود که  $L/H = 30$ . بنابراین برای کمیت‌های بی‌بعد  $X$  و  $Y$  که در رسم نمودارها و شکل‌های خروجی مورد استفاده قرار می‌گیرند، خواهیم داشت:  $0 < Y < 1$  و  $0 < X < 30$ .

#### ۴- بررسی استقلال شبکه و اعتبارسنجی

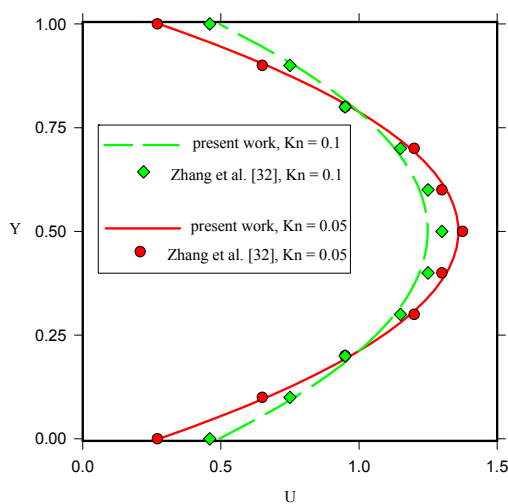
یک کد کامپیوتری در زبان فرترن برای بررسی جریان و جابه‌جایی توام در یک میکروکانال دو بعدی توسعه داده شد. در جدول ۱ استقلال شبکه برای ۳ شبکه‌بندی مختلف مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت شبکه  $40 \times 120$  جهت ادامه محاسبات، مناسب شناخته شد.

جدول ۱- بررسی استقلال شبکه برای حالت اول (case A) در  $Re = 1$ ،  $Pr = 0.7$  و  $Kn = 0.01$ .

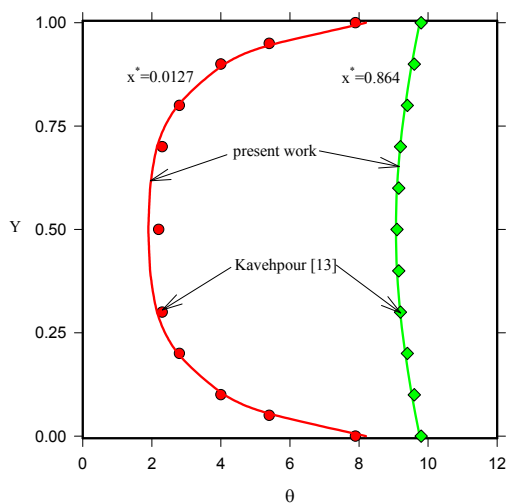
	1050	1200	1350
	$\times 35$	$\times 40$	$\times 45$
Nu	7.54	7.60	7.62
$C_f Re$	22.29	22.36	22.39



طول میکروکانال با نتایج کاوه پور و همکاران [۱۳] در شکل ۵ به ازای  $Re=0.01$ ,  $T_{inlet}=1$ ,  $T_{wall}=10$ ,  $Pr=0.7$  و  $Kn_{in}=0.01$  مقایسه می‌گردند. هر دوی این شکل‌ها بیان‌گر یک میکروکانال با هندسه، جریان و شرایط مرزی حرارتی مشابهی هستند که در آن جریان سرد با  $Re=0.01$  وارد و بعد از خنک‌سازی دیوارهای گرم میکروکانال از آن خارج می‌شود. جدول ۳ نیز تطابق خوبی بین نتایج کار حاضر و داده‌های متناظر مراجع [۱۳ و ۲۸] را نشان می‌دهد.



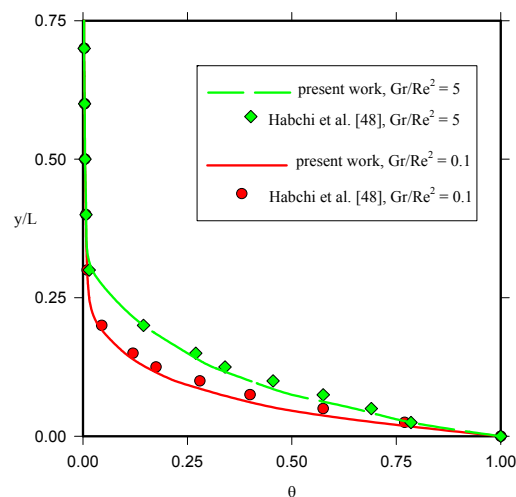
شکل ۴- مقایسه پروفیل سرعت بی‌بعد توسعه یافته،  $U$ ، با نتایج ژانگ و همکاران [۳۲] به ازای  $Kn=0.05, 0.1$ .



شکل ۵- مقایسه پروفیل بی‌بعد  $\theta$  در مقاطع مختلف در طول میکروکانال به ازای  $Re=0.01$ ,  $T_{inlet}=1$ ,  $T_{wall}=10$ ,  $Pr=0.7$  و  $Kn_{in}=0.01$  با نتایج کاوه پور و همکاران [۱۳].

در این جدول،  $Nu_m$  عدد ناسلت متوسط و  $U_{max}/V^*$  در  $x/L=0.5$  بیان‌گر سرعت افقی حداکثر است؛  $V^*=u/PrH$  نیز سرعت نفوذی می‌باشد. این مقایسه بیان‌گر تطابق خوبی بین نتایج کار حاضر و نتایج حاصل از مرجع مذکور است.

در این قسمت برای اعتبارسنجی، جابه‌جایی توام در یک کانال عمودی مورد بررسی قرار می‌گیرد. دمای سیال سرد ورودی  $T_0$ ، دیوار سمت چپ آدیاباتیک و دمای دیوار گرم سمت راست در  $y=0$  برابر  $T_h$  فرض می‌شود در حالی که یک بلوک گرم نیز به آن چسبیده است. پروفیل دمای بی‌بعد  $\theta=(T-T_0)/(T_h-T_0)$  به ازای  $Gr/Re^2=0.1, 5$  و  $Ra=10^5$  در  $Pr=0.7$  در سطح مقطع افقی کانال در  $X/L=0.77$  با نتایج کار هایچی و همکاران [۴۸] مقایسه می‌شود.



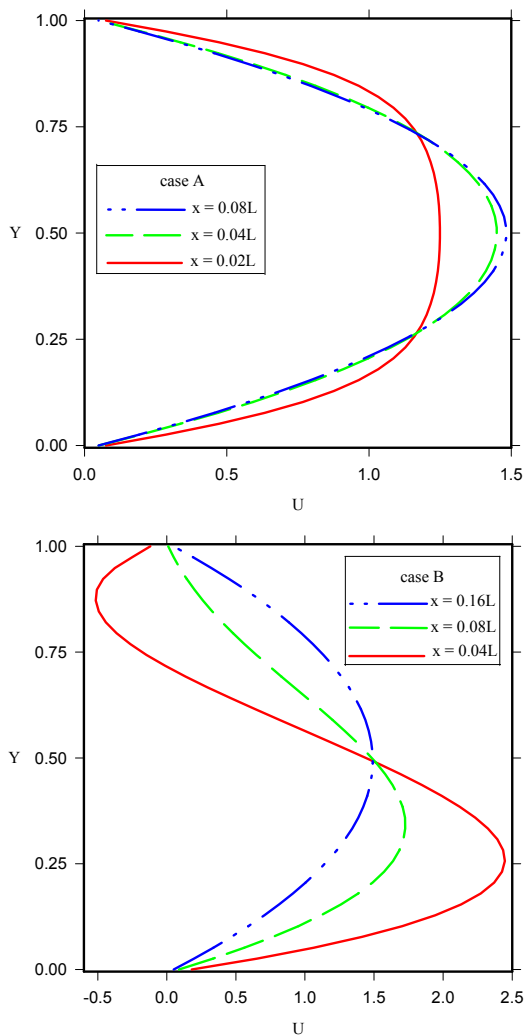
شکل ۳- مقایسه تغییرات  $\theta$  در سطح مقطع کانال در  $X/L=0.77$  به دست آمده از کار حاضر با نتایج هایچی و همکاران [۴۸] به ازای  $Pr=0.7$  و  $Ra=10^5$ .

برای اعتبارسنجی کد LBM مورد استفاده در جهت شبیه‌سازی یک میکروجریان، در این مرحله پروفیل‌های سرعت بی‌بعد توسعه یافته،  $U=u/u_{in}$  به ازای  $Kn=0.05, 0.1$  با نتایج ژانگ و همکاران [۳۲] در شکل ۴ مقایسه می‌شوند. علاوه بر این، پروفیل‌های دمای بی‌بعد، در مقاطع مختلف  $\theta=T/T_{in}$ ،  $x^*=0.864, 0.0127$  در

اثرات گرانشی بوده و تاکنون در پژوهش‌های محققین قبلی در یک میکروجریان مشاهده نشده است.

در ادامه دیده می‌شود که پروفیل‌های سرعت در حالات A و B به‌ازای  $Kn=0.01$  به سمت یکدیگر میل می‌کنند. حالت B این شکل نشان می‌دهد که جریان سیال به‌دلیل اثرات گرانشی در ناحیه ورودی به سمت پایین رانده می‌شود، بنابراین، محل  $U_{max}$  در  $x=0.02L$  در محدوده  $Y=0.25$  رخ می‌دهد.

مقایسه شکل‌های ۶ و ۷ به‌خوبی بیان‌گر افزایش سرعت لغزشی ( $U_s$ ) با افزایش  $Kn$  است. بررسی بیشتر نشان داد که با افزایش  $Kn$ ، پروفیل‌های سرعت متناظر حالات A و B کاملاً بر روی هم منطبق خواهند شد.



شکل ۶- پروفیل‌های مولفه افقی سرعت،  $U$ ، در مقاطع مختلف از طول میکروکانال به‌ازای  $Kn=0.005$  برای حالات A و B.

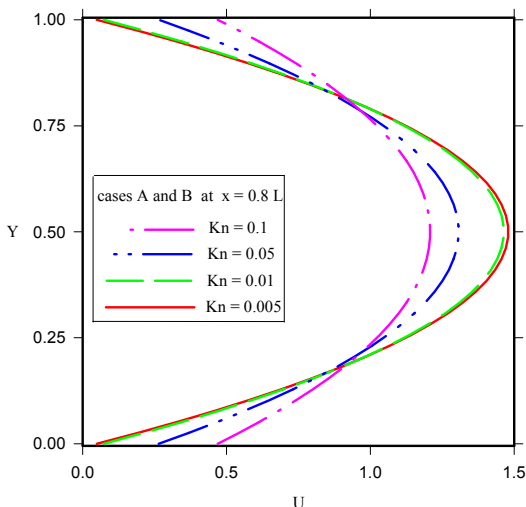
جدول ۳- مقایسه  $Nu$  و  $C_f Re$  در خروجی میکروکانال برای case A به‌ازای  $Re=0.01$  با نتایج مراجع [۱۳ و ۲۸].

	$C_f Re$ [13]	$C_f Re$ [28]	$C_f Re$ present	$Nu$ [13]	$Nu$ [28]	$Nu$ present
$Kn=0.015$	21.80	21.49	21.10	7.38	7.42	7.23
$Kn=0.046$	18.45	18.20	18.01	6.58	6.60	6.63

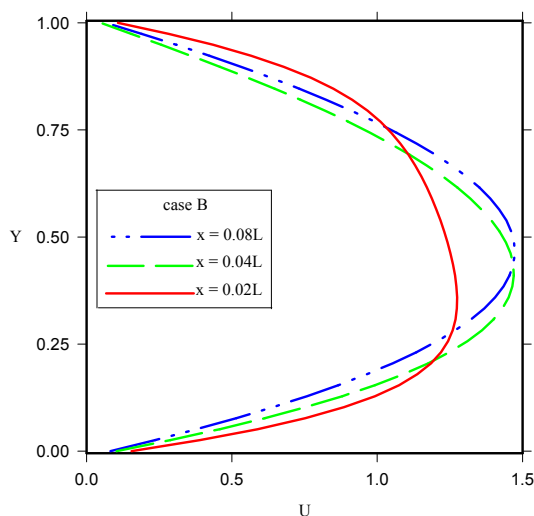
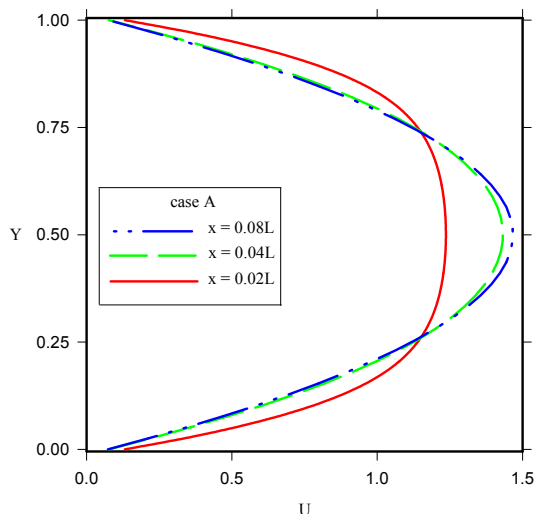
## ۵- نتایج و بحث

با استفاده از روش شبکه بولتزمن، جابه‌جایی توام در یک میکروکانال دوبعدی بررسی می‌شود. همان‌طور که قبلاً گفته شد، در ادامه نتایج برای دو حالت case A و case B ارائه می‌گردد. شکل ۶ ( $Kn=0.005$ ) و شکل ۷ ( $Kn=0.01$ ) پروفیل‌های مولفه افقی سرعت،  $U=u/u_{in}$  در مقاطع مختلف از طول میکروکانال را نشان می‌دهند. در شکل ۶، حالت A جریان پس از طی مسافت کوتاهی از ورودی (طول ورودی) به حالت کاملاً توسعه یافته نیل می‌کند. در ناحیه ورودی، تغییرات سرعت نزدیک دیواره در راستای عمودی، بسیار زیاد است.

سرعت در طول میکروکانال به بیشینه مقدار خود در خط مرکزی افقی نزدیک می‌شود؛ درحالی‌که مقدار سرعت لغزشی از یک مقدار بیشینه در ورودی میکروکانال آغاز و در طول آن کاهش می‌یابد تا در نهایت به سمت یک مقدار ثابتی میل کند. در حالت B تغییر پروفیل سرعت در ناحیه ورودی افزایش می‌یابد. به‌علاوه یک جریان برگشتی در نیمه بالایی میکروکانال در محدوده  $Y>0.6$  و  $x=0.04L$  رخ می‌دهد. این جریان برگشتی یک سلول چرخشی پادساعت‌گرد تولید می‌کند که بیان‌گر اهمیت نیروهای شناوری در این رژیم از جریان است. نیروهای شناوری با افزایش  $x$  به‌تدریج کاهش یافته و لذا کم‌کم پروفیل سرعت نیز متقارن می‌گردد. اختلاف دمای زیاد بین سیال و دیوارها در ناحیه ورودی بیان‌گر وجود نیروهای شناوری قدرتمند در این محدوده است. شکل ۶ به‌خوبی پدیده سرعت لغزش منفی برای حالت B روی دیوار بالایی ( $Y=1$ ) را بر اثر جریان برگشتی سلول چرخان، نشان می‌دهد. این پدیده فیزیکی جدید ناشی از



شکل ۸- پروفیل‌های  $U$  در مقطع  $x=0.8L$  به‌ازای  $Kn$  های مختلف برای حالات A و B.



شکل ۷- پروفیل  $U$  در مقاطع مختلف از طول میکروکانال به‌ازای  $Kn=0.01$  برای حالات A و B.

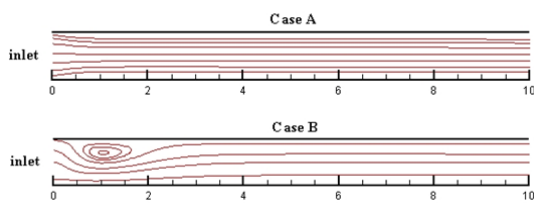
شکل ۹ نیز پروفیل‌های دمای بی‌بعد،  $\theta=T/T_{in}$ ، در مقاطع مختلف را برای حالات A و B به‌ترتیب در  $Kn=0.005$  و  $Kn=0.01$  نشان می‌دهد.

مشاهده می‌شود که دمای سیال به‌دلیل تبادل حرارتی با دیوارهای داغ افزایش می‌یابد به‌طوری‌که دمای آن در  $x=0.16L$  به دمای دیوار بسیار نزدیک می‌شود. بعد از این نقطه، انتقال حرارت جابه‌جایی توام محسوسی وجود نخواهد داشت و جریان سیال کاملاً به‌صورت هم‌دم خواهد بود. مقایسه نمودارهای  $Kn=0.01$  و  $Kn=0.005$  در این شکل بیان‌گر مقدار بیشتر پرفش حرارتی در  $Kn$ های بالاتر است. به علاوه، مشاهده می‌شود که پروفیل‌های دمای حالات A و B در  $Kn$ های بزرگ‌تر، شبیه‌تر گشته و بنابراین به‌ازای  $Kn=0.05$  و  $Kn=0.1$  بر روی هم منطبق خواهند شد.

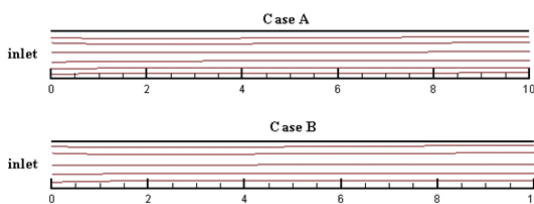
نکته‌ی جالبی دیگری که قابل بررسی است از مقایسه شکل ۹ ( $Case B, Kn=0.005, x=0.04L$ ) و شکل ۶ ( $Case B, Kn=0.005, x=0.04L$ )، نمایان می‌شود. در شکل ۶ سرعت لغزشی منفی به‌خوبی دیده می‌شود درحالی‌که در شکل ۹ ظاهراً این پدیده اثری بر پروفیل دما نداشته است؛ ولی بایستی گفت که در واقع در شکل ۹ نیز اثر سرعت لغزشی موجود، دیده می‌شود و آن هم در تولید پرفش حرارتی روی دیوار میکروکانال است (که در

شکل ۸ پروفیل مولفه افقی سرعت  $U$  را برای حالات A و B در مقطعی دور از ناحیه ورودی،  $x=0.8L$ ، به‌ازای مقادیر مختلف  $Kn$  نشان می‌دهد. در این قسمت تفاوت اندکی بین پروفیل‌های دو حالت A و B وجود دارد. بنابراین می‌توان گفت که اثرات گرانش در ناحیه ورودی بسیار مهم‌تر و قوی‌تر از اثرات آن در ناحیه کاملاً توسعه یافته است.

شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب خطوط جریان به‌ازای  $Kn=0.005, 0.1$  برای حالات A و B را نشان می‌دهند.



شکل ۱۰- خطوط جریان در  $Kn=0.005$  برای حالات A و B.

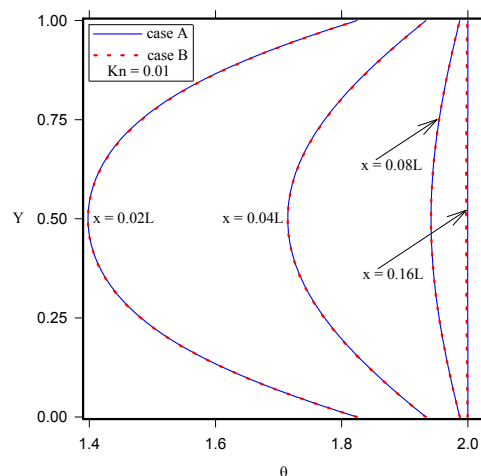
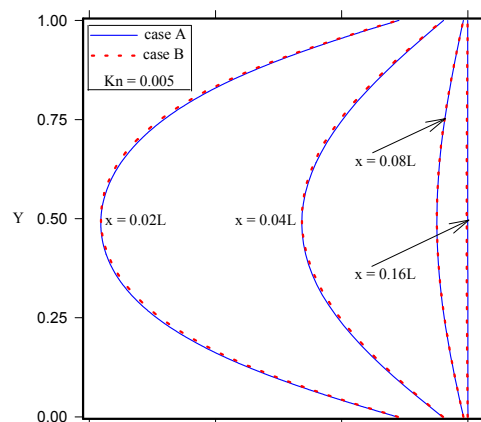


شکل ۱۱- خطوط جریان در  $Kn=0.1$  برای حالات A و B.

در شکل ۱۰ (case A) جریان از سمت چپ وارد میکروکانال شده و از سمت راست خارج می‌گردد. در این حالت، خطوط جریان در راستای خط مرکزی افقی سیال، تنها در فضای کوچکی از ناحیه ورودی روی می‌دهد. حالت B در این شکل اثر شتاب گرانش در ایجاد حرکات شناوری در طول ورودی را به وضوح نشان می‌دهد. بعد از وارد شدن سیال به میکروکانال، خطوط جریان به دلیل اثر گرانشی به سمت پایین حرکت کرده و سپس به دلیل گرم شدن مجدداً به سمت بالا رانده می‌شوند. این امر باعث تولید یک سلول چرخشی در این ناحیه می‌گردد که پیشتر توضیح داده شد. شکل ۱۱ نیز بیان‌گر کاهش قدرت این سلول چرخان با افزایش  $Kn$  است به طوری که به‌ازای  $Kn=0.1$ ، خطوط جریان بدون هیچ سلول چرخشی و مستقل از حرکات شناوری بوده و کاملاً موازی با دیوار میکروکانال می‌باشند.

شکل‌های ۱۲ و ۱۳ بیان‌گر تغییرات  $C_f Re$  در راستای دیوارهای میکروکانال برای حالات A و B به‌ازای  $Kn$ های مختلف هستند.

شکل ۹ به خوبی مشخص است). نباید تصور نمود که سرعت لغزشی منفی می‌تواند منجر به تولید پرفش حرارتی منفی شود چون سرعت یک کمیت برداری در جهت X است و منفی بودن آن به معنی حرکت جریان در جهت -X (راست به چپ) خواهد بود در حالیکه دما یک کمیت اسکالر بوده که در مساله مذکور همواره باید در محدوده  $T_{in} < T < T_{wall}$  (یا در شکل بی بعد:  $1 < \theta < 2$ ) قرار داشته باشد و لذا همواره سرعت لغزشی اتم از مثبت یا منفی منجر به تولید پرفش حرارتی در بازه نامساوی‌های مذکور خواهد شد (اگر مقدار  $\theta$  بیشتر از عدد دو یا کمتر از عدد یک شوند جواب‌ها غیرفیزیکی خواهند بود). بنابراین در شکل ۹ نیز اثر سرعت لغزشی منفی وجود دارد ولی بنا به دلایل مذکور نمودار ظاهراً مانند Case A

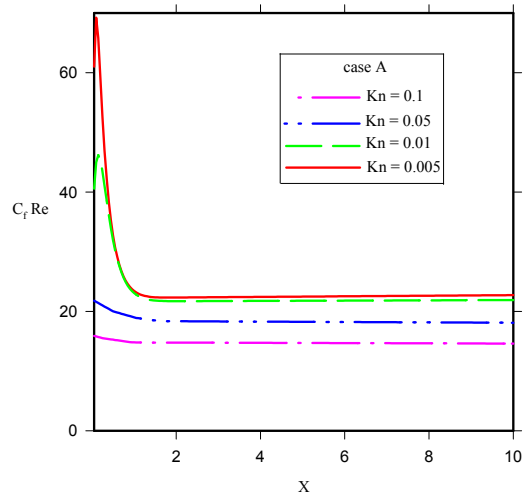


شکل ۹- پروفیل‌های  $\theta$  در مقاطع مختلف از طول میکروکانال به‌ازای  $Kn=0.005, 0.01$  برای حالات A و B.

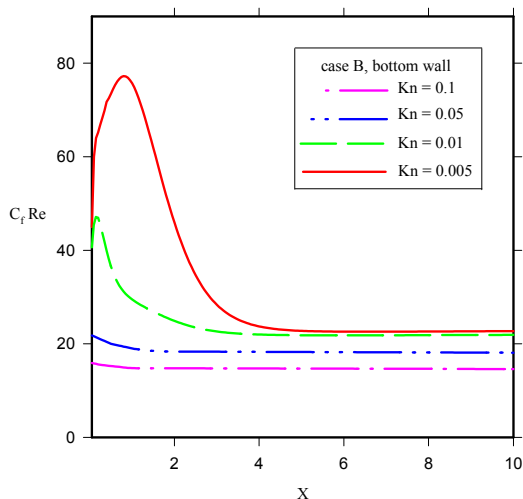
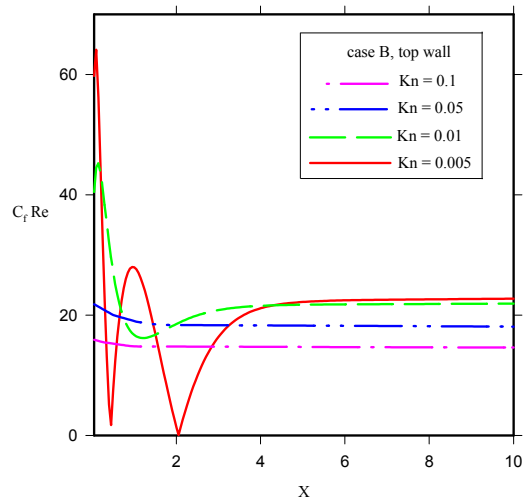
در شکل ۱۲ به‌ازای  $Kn=0.005$  مقدار  $C_f Re$  بزرگ‌تری دارد و از حداکثر خود در ورودی شروع شده و در راستای میکروکانال به‌طور مجانبی کاهش می‌یابد و سرانجام در خروجی به مقدار ثابتی خواهد رسید. افزایش سرعت لغزشی با  $Kn$  به‌خوبی در این شکل مشخص است که این امر به معنی کاهش گرادبان سرعت بین ذرات سیال واقع بر روی دیوار و ذرات سیال در مجاورت با دیوار است که منجر به کاهش مقدار  $C_f$  خواهد شد. به‌علاوه، شکل ۱۳ نشان می‌دهد که مقدار  $C_f Re$  برای دیوارهای بالایی و پایینی در  $Kn=0.01$  و  $Kn=0.005$  متفاوت است. تغییرات شدید آن روی دیوار بالایی در  $Kn=0.005$  به نقاط ابتدایی و انتهایی سلول چرخشی مربوط است. به‌ازای  $Kn=0.05, 0.1$  نتایج حاصل روی دیوارهای بالایی و پایینی بسیار به هم شبیه خواهند بود که دلیلی است بر عدم قدرت حرکت‌های شناوری در این رژیم‌های جریان.

شکل ۱۴ تغییرات  $Nu$  و سرعت لغزشی،  $U_s$ ، در راستای دیوارهای میکروکانال به‌ازای  $Kn$ های مختلف را برای حالت A نشان می‌دهد. مقادیر  $Nu$  و  $U_s$  از مقدار حداکثر خود در ورودی آغاز شده و به‌طور مجانبی در راستای میکروکانال کاهش می‌یابند و درنهایت در خروجی به سمت مقداری ثابت میل می‌کنند. همچنین مشاهده می‌شود که افزایش  $Kn$  منجر به کاهش  $Nu$  و افزایش  $U_s$  می‌گردد؛ در  $Kn$ های بزرگ‌تر گرادبان دما بین ذرات سیال روی دیوار و همسایگان شان کاهش یافته و در نتیجه عدد ناسلت کاهش می‌یابد. علاوه‌براین، در حالت B، نیروی شناوری اثر مهمی بر  $Nu$  ندارد و نتایج حاصل بسیار شبیه به نتایج شکل ۱۴ خواهند بود.

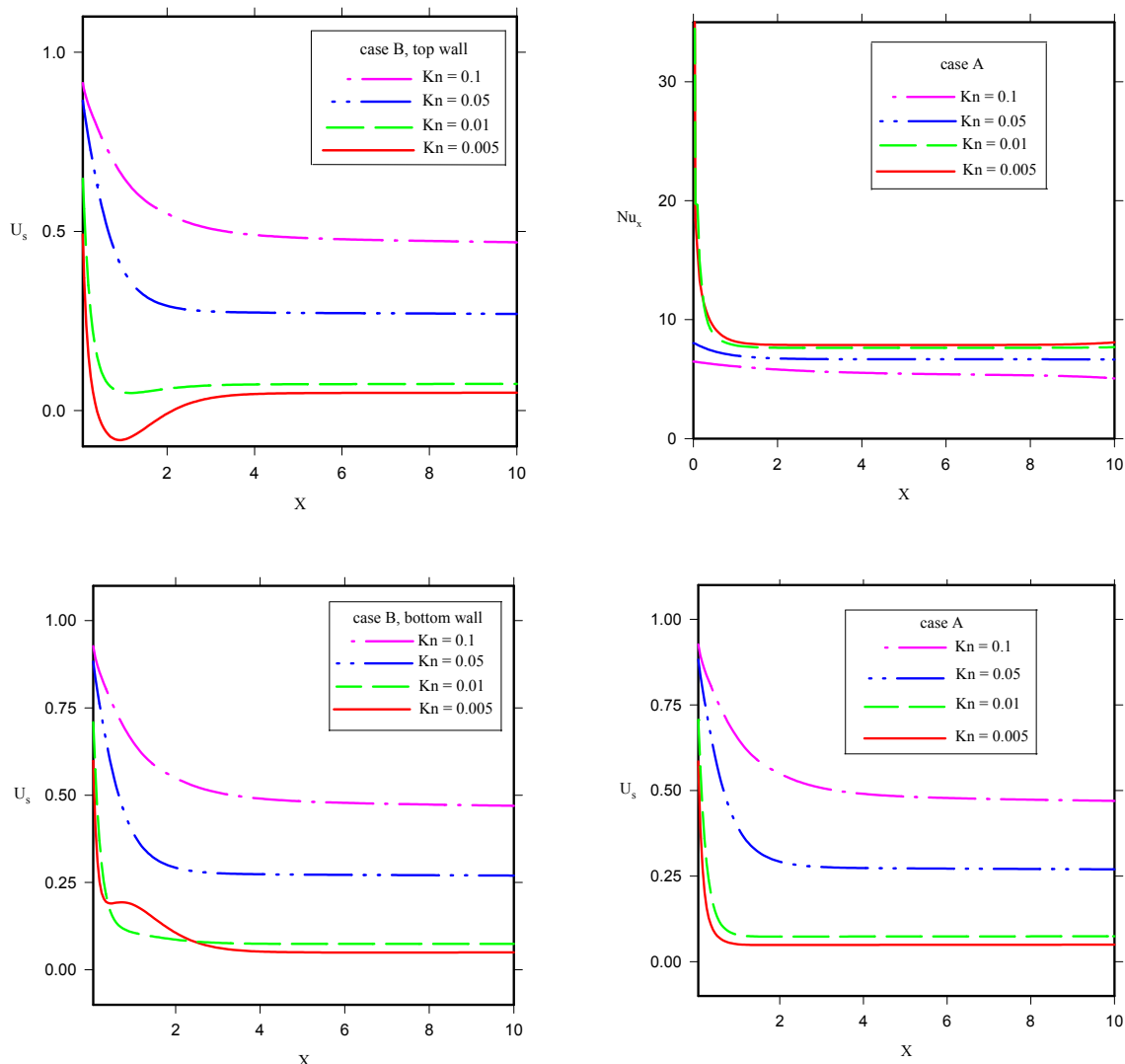
در ادامه شکل ۱۵ نیز بیان‌گر تغییرات سرعت لغزشی در طول دیوارهای میکروکانال به‌ازای  $Kn$ های مختلف برای حالت B است. در این شکل نیز تغییرات  $U_s$  در راستای دیوارهای بالایی و پایینی برای  $Kn=0.05, 0.1$  مشابه یکدیگرند.



شکل ۱۲- تغییرات  $C_f Re$  در راستای دیوارهای میکروکانال برای حالت A در  $Kn$ های مختلف.



شکل ۱۳- تغییرات  $C_f Re$  در راستای دیوارهای بالایی و پایینی میکروکانال برای حالت B در  $Kn$ های مختلف.



شکل ۱۵- تغییرات  $U_s$  در راستای دیوارهای بالایی و پایینی میکروکانال در  $Kn$ های مختلف برای حالت B.

شکل ۱۴- تغییرات  $Nu_x$  و  $U_s$  در راستای دیوارهای میکروکانال در  $Kn$ های مختلف برای حالت A.

شکل ۱۶ تغییرات پرفش حرارتی،  $\theta_s$ ، در راستای دیوار بالایی میکروکانال در  $Kn$ های مختلف را به ترتیب برای حالات A و B نشان می‌دهد. پرفش حرارتی با افزایش  $Kn$  ورودی افزایش می‌یابد؛ ولی به هر حال در راستای طول میکروکانال، روند کاهشی را طی خواهد نمود.

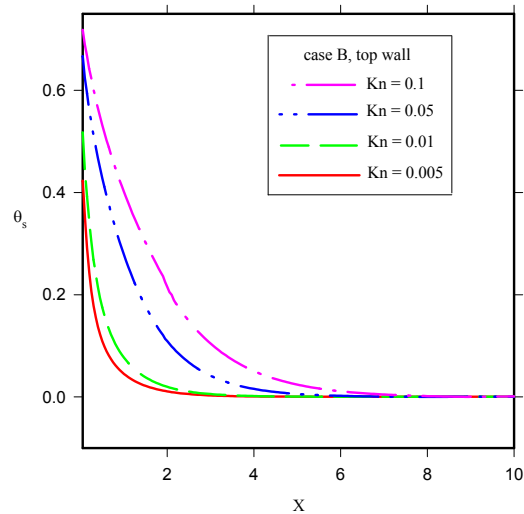
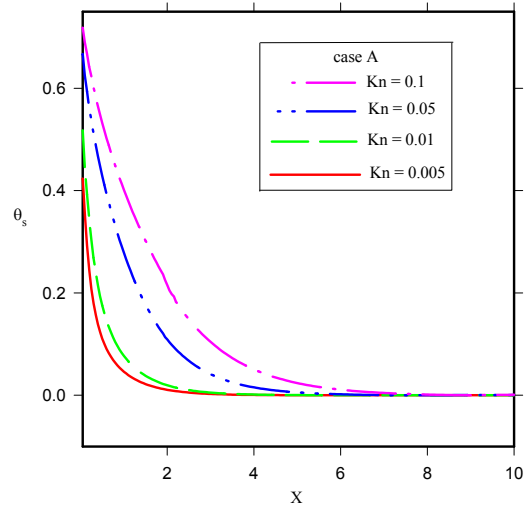
اما در  $Kn$ های کوچک‌تر، اثرات گرانش افزایش می‌یابد و منجر به افزایش اختلاف بین نتایج خواهد شد. به‌ازای  $Kn=0.005$  پروفیل‌های سرعت لغزشی در راستای دیوارهای بالایی و پایینی و همچنین مقادیر متناظر آن‌ها در حالت A کاملاً متفاوت از یکدیگر هستند. اگرچه در فاصله دور از ناحیه ورودی، نتایج شکل‌های ۱۴ و ۱۵ مشابه خواهد بود. علاوه‌براین، سرعت لغزش منفی روی دیواره بالایی میکروکانال و به‌ازای  $Kn=0.005$  برای  $x < 2$  مشاهده می‌شود؛ که این وجود سلول پادساعت‌گرد در این ناحیه را تایید می‌کند.

### ۶- نتیجه گیری

اثرات گرانش بر جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی توام در یک میکروکانال دو بعدی برای بازه گسترده‌ای از  $Kn$ ، مورد بررسی قرار گرفت. سرعت لغزشی و پرش حرارتی با افزایش عدد نادسن، افزایش یافته ولی مقدار  $Nu$  و  $C_f$  در خروجی میکروکانال کاهش می‌یابند. مقدار بیشینه این پارامترها در ورودی رخ داده و سپس در طی یک روند کاهشی و به‌طور مجانبی به سمت یک مقدار ثابت متناظر در راستای میکروکانال میل می‌کنند.

اثرات گرانش، باعث تولید نیروی شناوری قدرتمندی به ویژه در ناحیه ورودی خواهد شد که شامل بیشترین گرادیان دما بین سیال و دیوارهاست، بنابراین باعث ازدیاد محدوده طول ورودی نیز می‌شود. حرکت‌های جابه‌جایی توام منجر به اعمال تغییرات شدیدی در خواص هیدرودینامیکی جریان مانند سرعت لغزشی و ضریب اصطکاک شده و یک سلول پادساعت‌گرد در خلاف جهت حرکت اولیه سیال نیز تشکیل می‌دهند. این امر منجر به تولید پدیده سرعت لغزشی منفی روی دیوار میکروکانال می‌گردد که برای نخستین بار در کار حاضر آشکار شد.

افزایش  $Kn$  منجر به کاهش حرکات شناوری می‌شود و مکانیزم غالب انتقال حرارت را به سمت جابه‌جایی اجباری سوق می‌دهد. روش شبکه بولتزمن با تصحیحات ارائه شده در مقاله حاضر را می‌توان به‌خوبی برای شبیه‌سازی اثرات گرانش و جابه‌جایی توام در یک میکروجرین به‌کاربرد. توصیه می‌شود که به‌ازای  $Kn < 0.05$ ، اثرات گرانش به ویژه برای خواص هیدرودینامیکی در نظر گرفته شود؛ ولی برای  $Kn > 0.05$  می‌توان از گرانش صرف‌نظر نمود.



شکل ۱۶- تغییرات پرش حرارتی،  $\theta_s$ ، در طول دیواربالایی میکروکانال در  $Kn$  های مختلف برای حالات A و B.

### ۷- مراجع

- [1] Nguyen, N.T., Wereley, S.T. (2006). "Fundamentals and applications of microfluidics". Second edition, Artech house INC, Norwood.
- [2] Gad-el-Hak, M. (2001). "Flow physics in MEMS". Rev. Mec. Ind., Vol. 2, pp. 313-341.

- [3] Adams, T.M., Abdel-Khalik, S.I., Jeter, S.M., Qureshi, Z.H. (1998). "An experimental investigation of single-phase forced convection in microchannels". *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 851-857.
- [4] Xuan, Y., Li, Q., Ye, M. (2007). "Investigations of convective heat transfer in ferrofluid microflows using lattice-Boltzmann approach". *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 2, pp. 105-111.
- [5] Nie, X., Doolen, G.D., Chen, S. (2002). "Lattice-Boltzmann simulation of fluid flows in MEMS". *J. Statistical Physics*, Vol. 107, pp. 279-289.
- [6] Ho, C., Tai, Y. (1998). "Micro-electro-mechanical-systems (MEMS) and fluid flows". *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 579-612.
- [7] Bird, G. (1994). "Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows". Oxford University Press.
- [8] Oran, E.S., Oh, C.K., Cybyk, B.Z. (1998). "Direct Simulation Mont Carlo: Recent Advances and Applications". *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 30, No. 1, pp. 403-441.
- [9] Kandlikar, S., Garimella, S., Li, D., Colin, S., King, M.R. (2005). "Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels". Elsevier.
- [10] Chen, S., Doolen, G.D. (1998). "Lattice Boltzmann method for fluid flows". *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 329-364.
- [11] Chang, C.C., Yang, Y.T., Yen, T.H., Chen, C.O.K. (2009). "Numerical investigation into thermal mixing efficiency in Y-shaped channel using Lattice Boltzmann method and field synergy principle". *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 48, No. 11, pp. 2092-2099.
- [12] Wang, M., He, J., Yu, J., Pan, N. (2007). "Lattice Boltzmann modeling of the effective thermal conductivity for fibrous materials". *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 9, pp. 848-855.
- [13] Kavehpour, H.P., Faghri, M., Asako, Y. (1997). "Effects of compressibility and rarefaction on gaseous flows in microchannels". *Numerical Heat Transfer*, Vol. 32, No. 7, pp. 677-696.
- [14] Zahid, W.A., Yin, Y., Zhu, K.Q. (2007). "Couette-Poiseuille flow of a gas in long microchannels". *Microfluid Nanofluid*, Vol. 3, No. 1, pp. 55-64.
- [15] Succi, S. (2001). "The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond". Oxford University Press.
- [16] Han, K., Feng, Y.T., Owen, D.R.J. (2008). "Modelling of thermal contact resistance within the framework of the thermal lattice Boltzmann method". *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 47, No. 10, pp. 1276-1283.
- [17] Chen, S., Tian, Z. (2010). "Entropy generation analysis of thermal micro-Couette flows in slip regime". *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 2211-2221.
- [18] Al-Zoubi, A., Brenner, G. (2008). "Simulating fluid flow over sinusoidal surfaces using the lattice Boltzmann method". *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 55, pp. 1365-1376.
- [19] Bhatnagar, P.L., Gross, E.P., Krook, M. (1954). "A model for collision process in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component system". *Phys. Rev.*, Vol. 94, No. 3, pp. 511-522.
- [20] He, X., Chen, S., Doolen, G.D. (1998). "A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit". *J. of Computational Physics*, Vol. 146, pp. 282-300.
- [21] Guo, Z., Shi, B., Wang, N. (2000). "Lattice BGK model for incompressible Navier-Stokes equation". *J. of Computational Physics*, Vol. 165, No. 1, pp. 288-306.
- [22] D'Orazio, A., Corcione, M., Celata, G.P. (2004). "Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition". *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 43, No. 6, pp. 575-586.
- [23] D'Orazio, A., Succi, S. (2004). "Simulating two-dimensional thermal channel flows by means of a lattice Boltzmann method with new boundary conditions". *Future Generation Computer Systems*, Vol. 20, pp. 935-944.



- [24] D’Orazio, A., Succi, S., Arrighetti, C. (2003). “Lattice Boltzmann simulation of open flows with heat transfer”. *phys. fluids*, Vol. 15, No. 9, pp. 2778-2781.
- [25] Zhou, Y., Zhang, R., Staroselsky, I., Chen, H., Kim, W.T., Jhon, M.S. (2006). “Simulation of micro- and nano-scale flows via the lattice Boltzmann method”. *Physica*, Vol. 362, No. 1, pp. 68-77.
- [26] Chen, S. (2010). “Lattice Boltzmann method for slip flow heat transfer in circular microtubes: Extended Graetz problem”. *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 217, pp. 3314-3320.
- [27] Lim, C.Y., Shu, C., Niu, X.D., Chew, Y.T. (2002). “Application of lattice Boltzmann method to simulate microchannel flows”. *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 7, pp. 2299-2308.
- [28] Niu, X.D., Shu, C., Chew, Y.T. (2007). “A thermal lattice Boltzmann model with diffuse scattering boundary condition for micro thermal flows”. *Computers & Fluids*, Vol. 36, No. 2, pp. 273-281.
- [29] Niu, X.D., Shu, C., Chew, Y.T. (2004). “A lattice Boltzmann BGK model for simulation of micro flows”. *Europhys. Lett.*, Vol. 67, No. 4, pp. 600-606.
- [30] Shu, C., Niu, X.D., Chew, Y.T. (2005). “A lattice Boltzmann kinetic model for microflow and heat transfer”. *J. of Statistical Physics*, Vol. 121, pp. 239-255.
- [31] Sofonea, V., Sekerka, R.F. (2005). “Boundary conditions for the upwind finite difference Lattice Boltzmann model: Evidence of slip velocity in micro-channel flow”. *J. of Computational Physics*, Vol. 207, pp. 639-659.
- [32] Zhang, Y.H., Qin, R.S., Sun, Y.H., Barber, R.W., Emerson, D.R. (2005). “Gas flow in microchannels—a lattice Boltzmann method approach”. *J. of Statistical Physics*, Vol. 121 pp. 257-267.
- [33] Hung, W.C., Ru, Y. (2006). “A numerical study for slip flow heat transfer”. *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 173, pp. 1246-1264.
- [34] Tian, Z.W., Zou, C., Liu, H.J., Guo, Z.L., Liu, Z.H., Zheng, C.G. (2007). “Lattice Boltzmann scheme for simulating thermal micro-flow”. *Physica*, Vol. 385, pp. 59-68.
- [35] Szalmas, L. (2007). “Multiple-relaxation time lattice Boltzmann method for the finite Knudsen number region”. *Physica*, Vol. 379, pp. 401-408.
- [36] Kim, S.H., Pitsch, H., Boyd, I.D. (2008). “Accuracy of higher-order lattice Boltzmann methods for microscale flows with finite Knudsen numbers”. *J. of Computational Physics*, Vol. 227, pp. 8655-8671.
- [37] Verhaeghe, F., Luo, L.S., Blanpain, B. (2009). “Lattice Boltzmann modeling of microchannel flow in slip flow regime”. *J. of Computational Physics*, Vol. 228, pp. 147-157.
- [38] Babovsky, H. (2009). “A numerical model for the Boltzmann equation with applications to micro flows”. *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 58, pp. 791-804.
- [39] Chen, S., Tian, Z. (2009). “Simulation of microchannel flow using the lattice Boltzmann method”. *Physica*, Vol. 388, pp. 4803-4810.
- [40] Chen, S., Tian, Z. (2010). “Simulation of thermal micro-flow using lattice Boltzmann method with Langmuir slip model”. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 31, pp. 227-235.
- [41] Tian, Z.W., Chen, S., Zheng, C.G. (2010). “Lattice Boltzmann simulation of gaseous finite-Kundsen microflows”. *International Journal of Modern Physics*, Vol. 21, No. 6, pp. 769-783.
- [42] Qian, Y.H., d’Humières, D., Lallemand, P. (1992). “Lattice BGK models for Navier-Stokes equation”. *Europhys. Lett.*, Vol. 17, pp. 479-484.
- [43] Zou, Q., He, X. (1997). “On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model”. *Phys. Fluids*, Vol. 9, pp. 1591-1599.
- [44] Alamyane, A.A., Mohamad, A.A. (2010). “Simulation of forced convection in a channel with extended surfaces by the lattice Boltzmann method”. *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 59, pp. 2421-2430.
- [45] Karniadakis, G., Beskok, A. (2002). “Micro flows: fundamentals and simulation”. Springer, New York.

- [46] Succi, S. (2002). "Mesoscopic modelling of slip motion at fluid-solid interfaces with heterogeneous catalysis". *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 89 (064502).
- [47] Davis, G.V. (1983). "Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution". *Int. J. Numerical Methods Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264.
- [48] Habchi, S., Acharya, S. (1986). "Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel". *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, pp. 1711-1722.